Les référentiels

1 dimension

L'axe

ou droite graduée

Une droite …

1 dimension

L'axe

ou droite graduée

Une droite …

\+ deux nombres : (0 ; 1)

\+ deux points (distincts) Étalon de longueur

= un **axe**

1 dimension

L'axe

ou droite graduée

Une droite …

+ deux nombres : (0 ; 1)

+ deux points (distincts)  Étalon de longueur

= un **axe**

2 dimensions

Deux axes

ou plan repéré

Un plan …

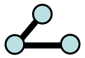
2 dimensions

Deux axes

ou plan repéré

Un plan …

$+$ trois fois deux nombres $\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

$+$ trois points non alignés  Étalons de longueur

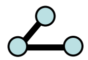
$=$ un **repère**

Deux axes

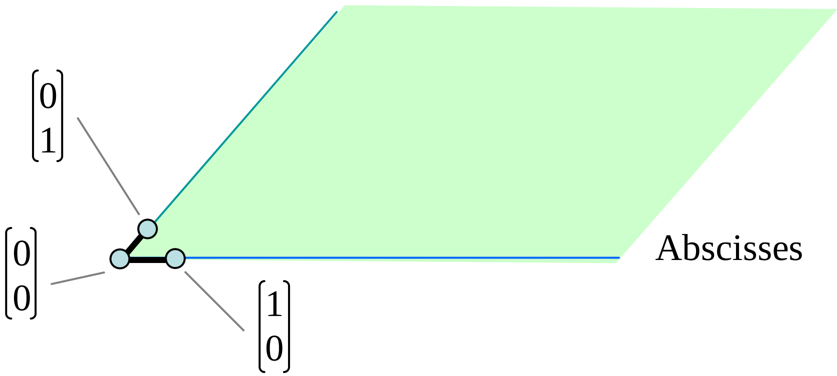
ou plan repéré

Un plan …

+ trois fois deux nombres $\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

+ trois points non alignés  Étalons de longueur

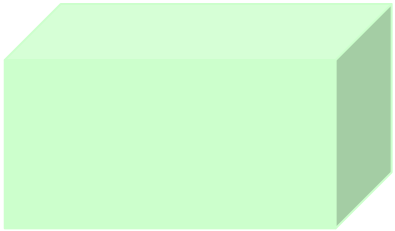
= un **repère**



3 dimensions

Trois axes

ou espace repéré

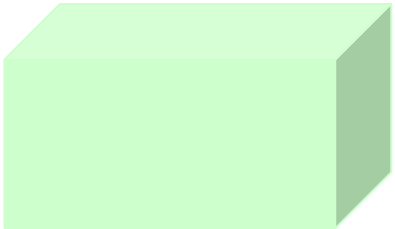


Un espace …

3 dimensions

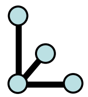
Trois axes

ou espace repéré



Un espace …

+ quatre fois trois nombres $\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$

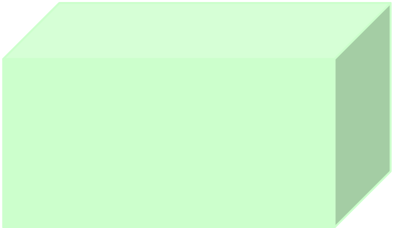
+ quatre points non alignés  Étalons de longueur

= un **repère**

3 dimensions

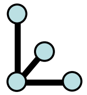
Trois axes

ou espace repéré

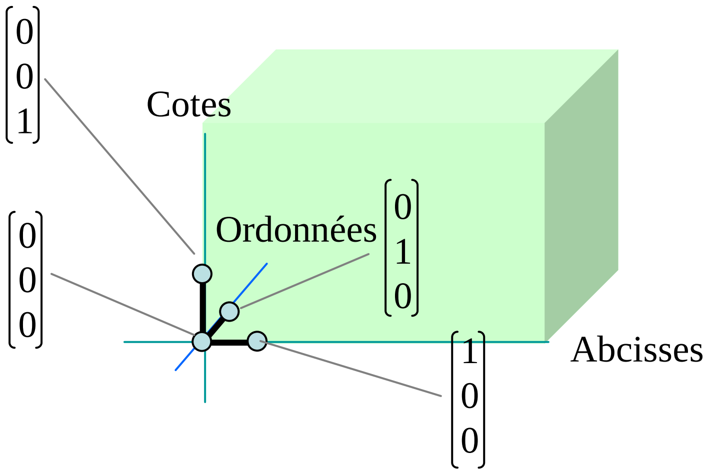


Un espace …

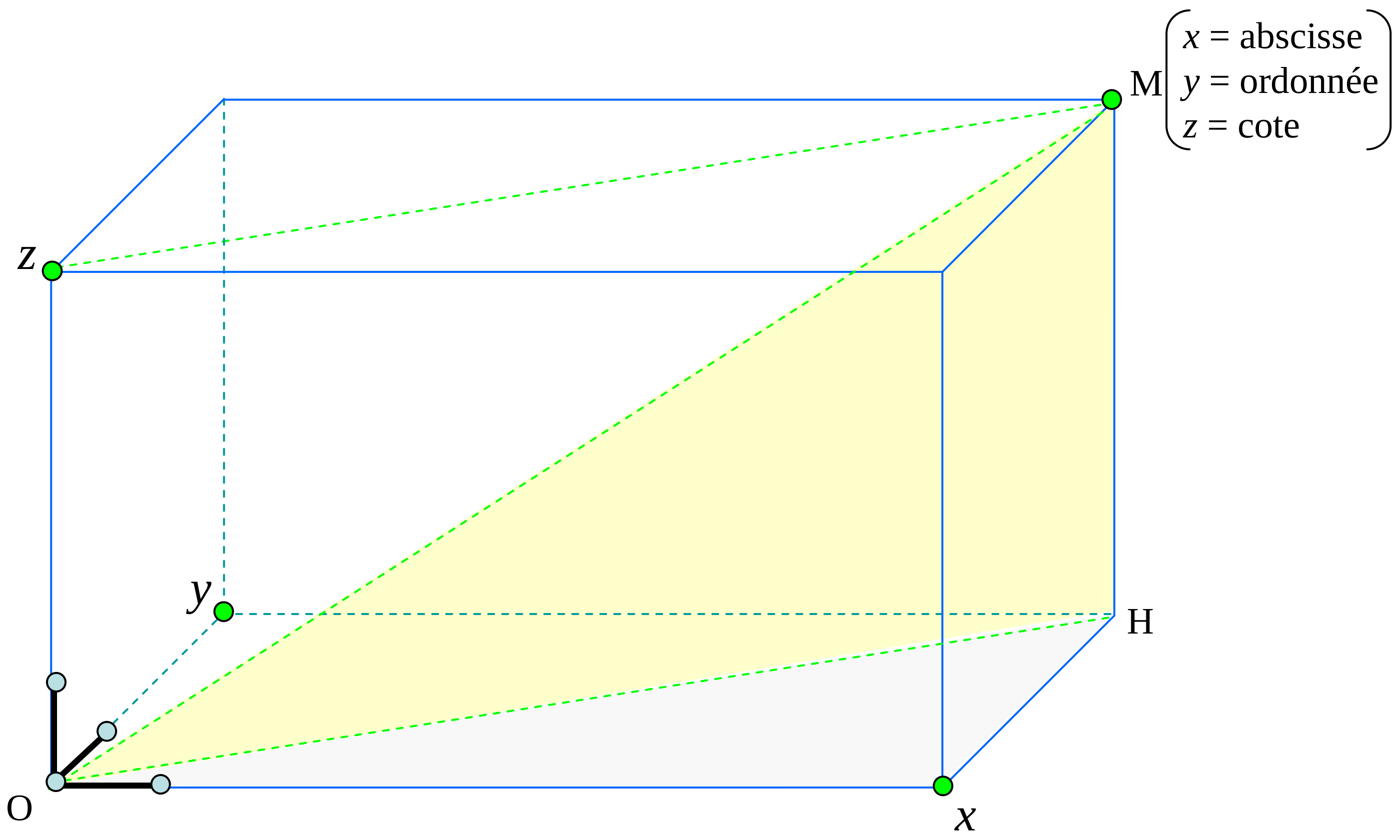
\+ quatre fois trois nombres $\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$

\+ quatre points non alignés  Étalons de longueur

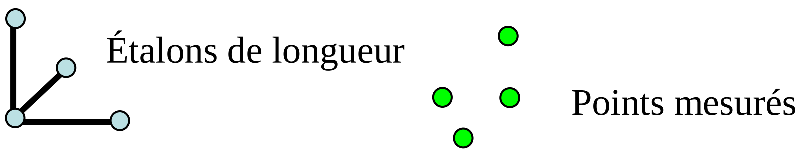
= un **repère**



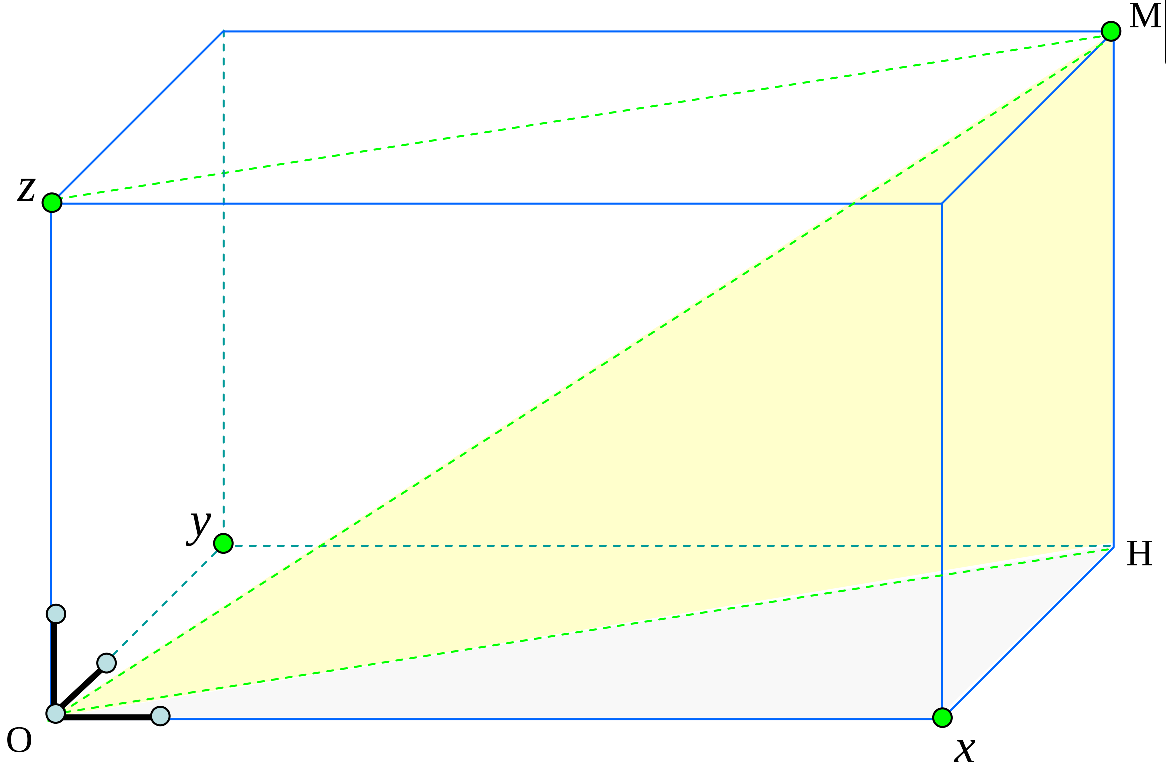
Convention cartésienne



On écrit M = $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$



Convention cartésienne

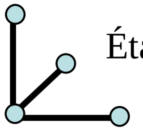


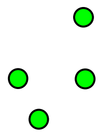
x = abscisse
y = ordonnée
z = cote

On écrit M = $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

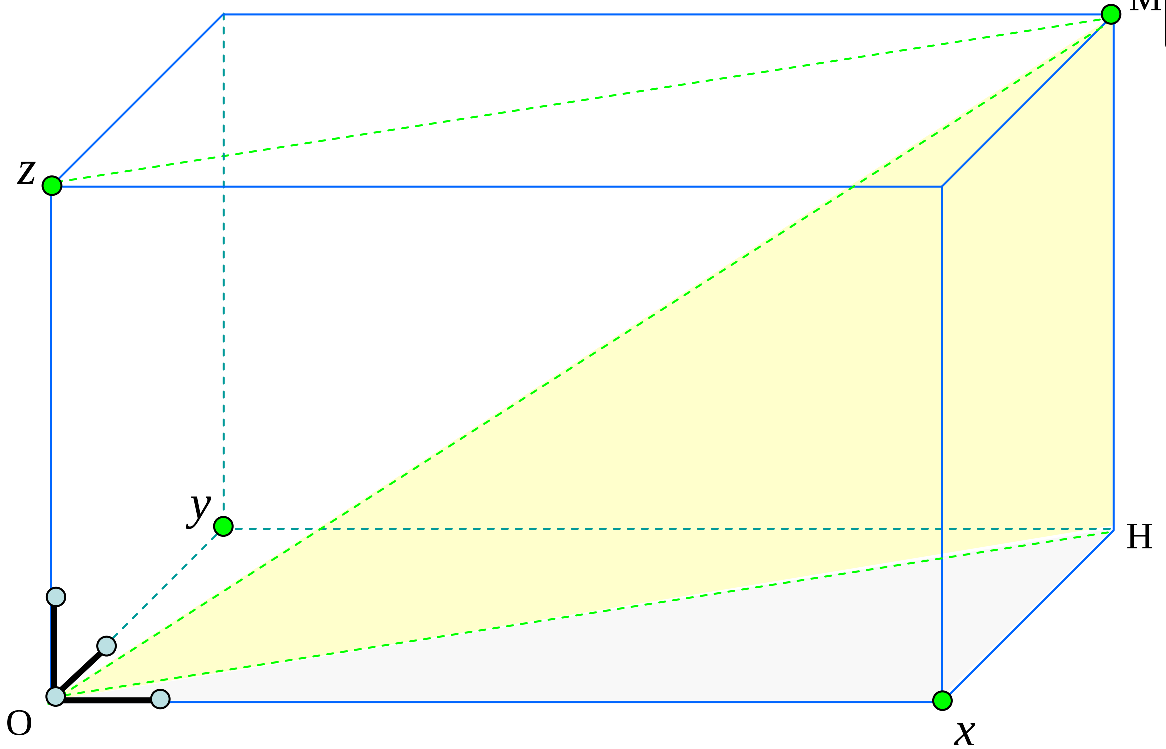
Les deux triangles jaune et gris sont rectangles, leurs hypoténuses partant du point O

$OM^2 = x^2 + y^2 + z^2$


Étalons de longueur


Points mesurés

Convention cartésienne



$$M\begin{pmatrix} x = \text{abscisse} \\ y = \text{ordonnée} \\ z = \text{cote} \end{pmatrix}$$

On écrit $M = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

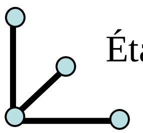
Les deux triangles jaune et gris sont rectangles, leurs hypoténuses partant du point O

$OM^2 = x^2 + y^2 + z^2$

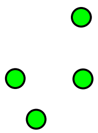
Si le repère est **orthogonal**, les angles entre les étalons de longueur sont droits.

Si le repère est **normé**, les étalons de longueur sont égaux..

Si le repère est **orthonormé**, il est orthogonal et norné.

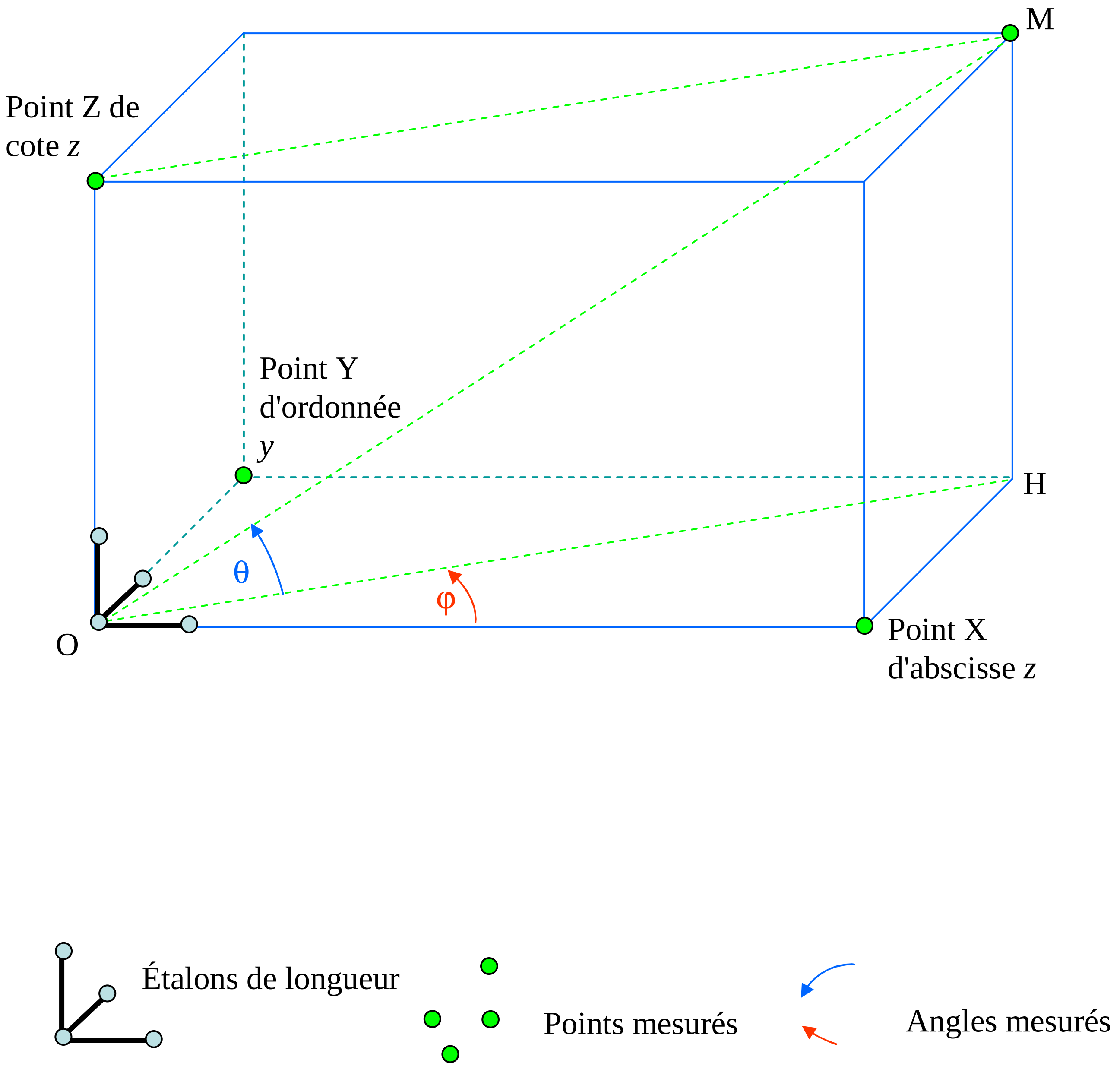


Étalons de longueur



Points mesurés

Convention latitude & longitude



On écrit M = $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

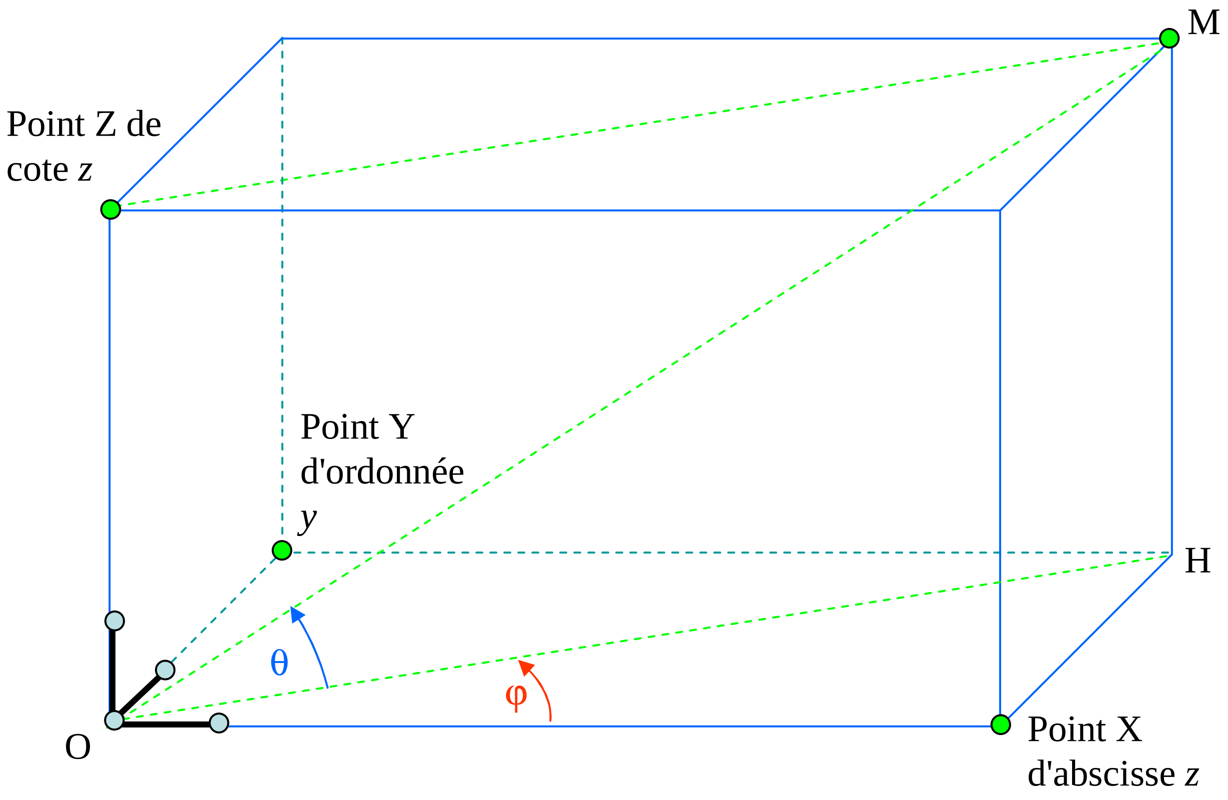
OM = rayon

φ = longitude

θ = latitude

$OH = OM \cos \theta$

Convention latitude & longitude



On écrit $M = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

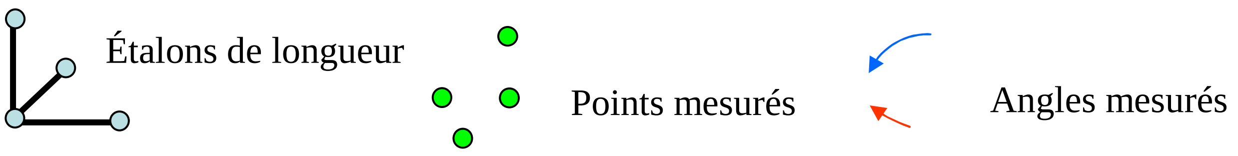
OM = rayon

φ = longitude

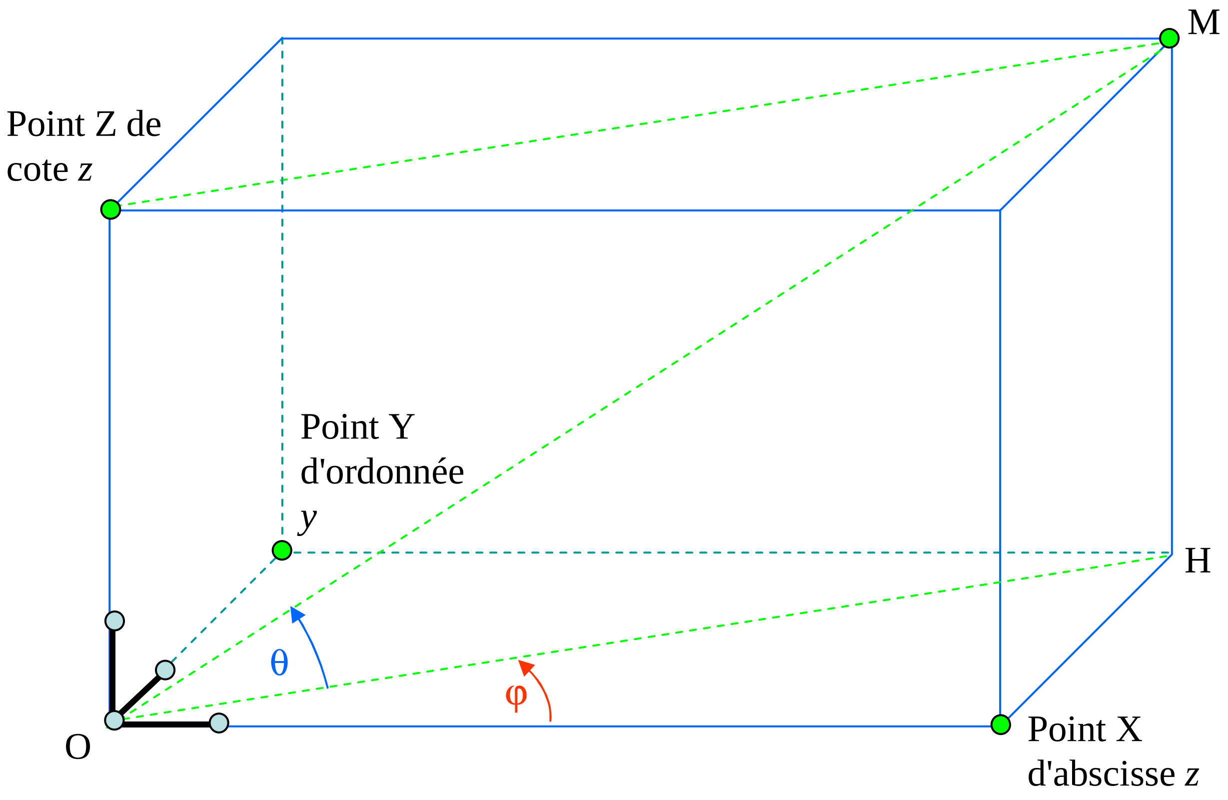
θ = latitude

$OH = OM \cos \theta$

On écrit $M = \begin{cases} OH \cos \varphi \\ OH \sin \varphi \\ OM \sin \theta \end{cases}$



Convention latitude & longitude



On écrit M = $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

OM = rayon

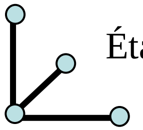
φ = longitude

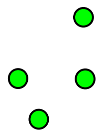
θ = latitude

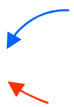
$OH = OM \cos \theta$

On écrit M = $\begin{cases} OH \cos \varphi \\ OH \sin \varphi \\ OM \sin \theta \end{cases}$

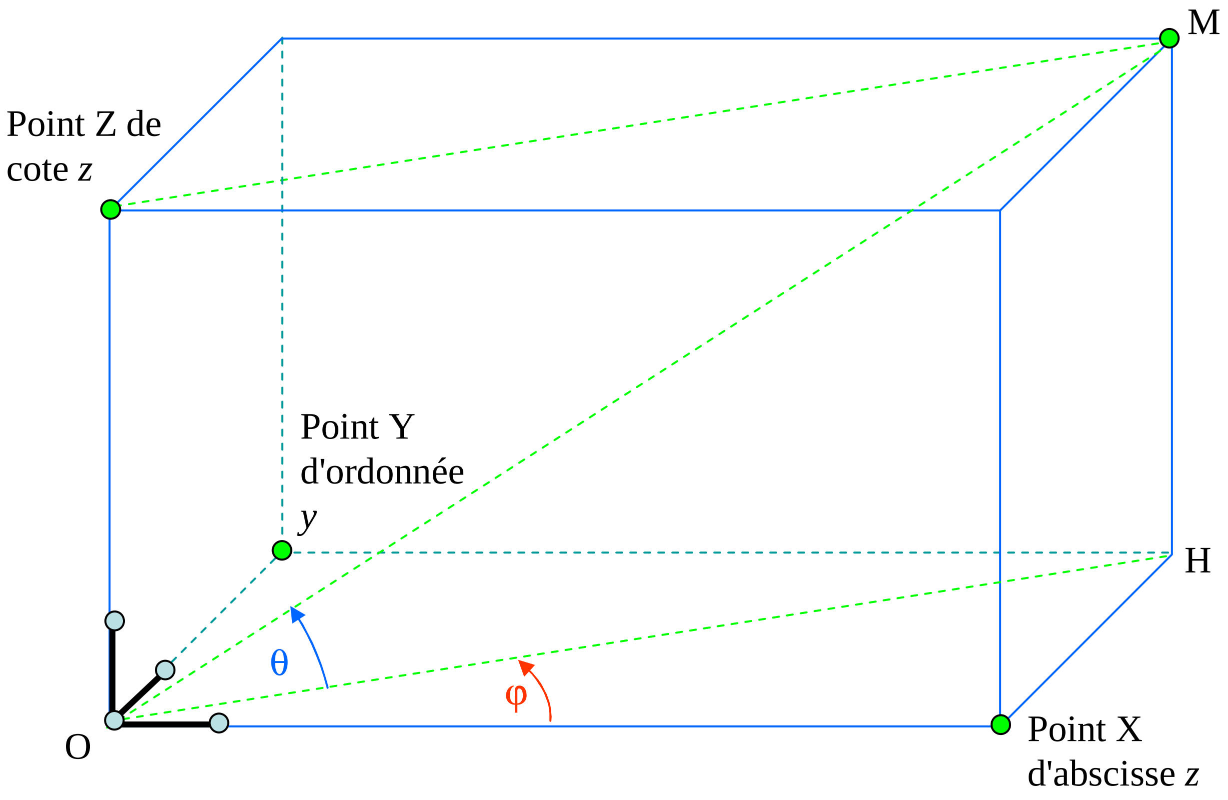
H = $\begin{cases} OH \cos \varphi \\ OH \sin \varphi \\ 0 \end{cases}$


Étalons de longueur


Points mesurés


Angles mesurés

Convention latitude & longitude



On écrit $M = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

OM = rayon

φ = longitude

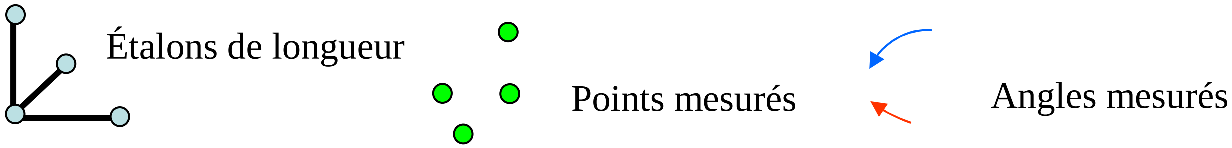
θ = latitude

$OH = OM \cos \theta$

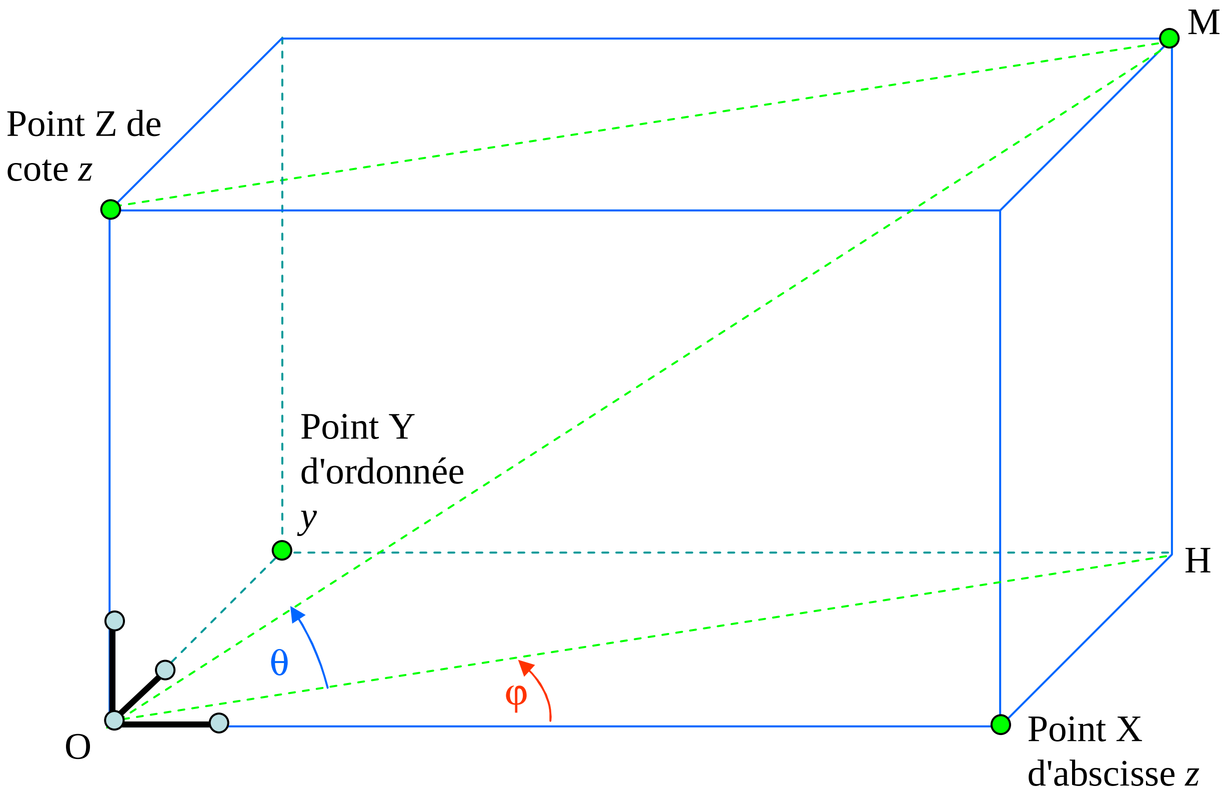
On écrit $M = \begin{pmatrix} OH \cos \varphi \\ OH \sin \varphi \\ OM \sin \theta \end{pmatrix}$

$H = \begin{pmatrix} OH \cos \varphi \\ OH \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix}$

donc $M = \begin{pmatrix} OM \cos \theta \cos \varphi \\ OM \cos \theta \sin \varphi \\ OM \sin \theta \end{pmatrix}$



Convention latitude & longitude



On écrit $M = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

OM = rayon

φ = longitude

θ = latitude

$OH = OM \cos \theta$

On écrit $M = \left\{ \begin{array}{l} OH \cos \varphi \\ OH \sin \varphi \\ OM \sin \theta \end{array} \right.$

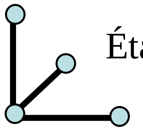
$H = \left\{ \begin{array}{c} OH \cos \varphi \\ OH \sin \varphi \\ 0 \end{array} \right.$

Si le repère est **orthogonal**, les angles entre les étalons de longueur sont droits.

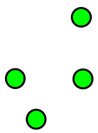
Si le repère est **normé**, les étalons de longueur sont égaux..

Si le repère est **orthonormé**, il est orthogonal et norné.

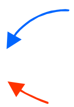
donc $M = \left\{ \begin{array}{c} OM \cos \theta \cos \varphi \\ OM \cos \theta \sin \varphi \\ OM \sin \theta \end{array} \right.$



Étalons de longueur

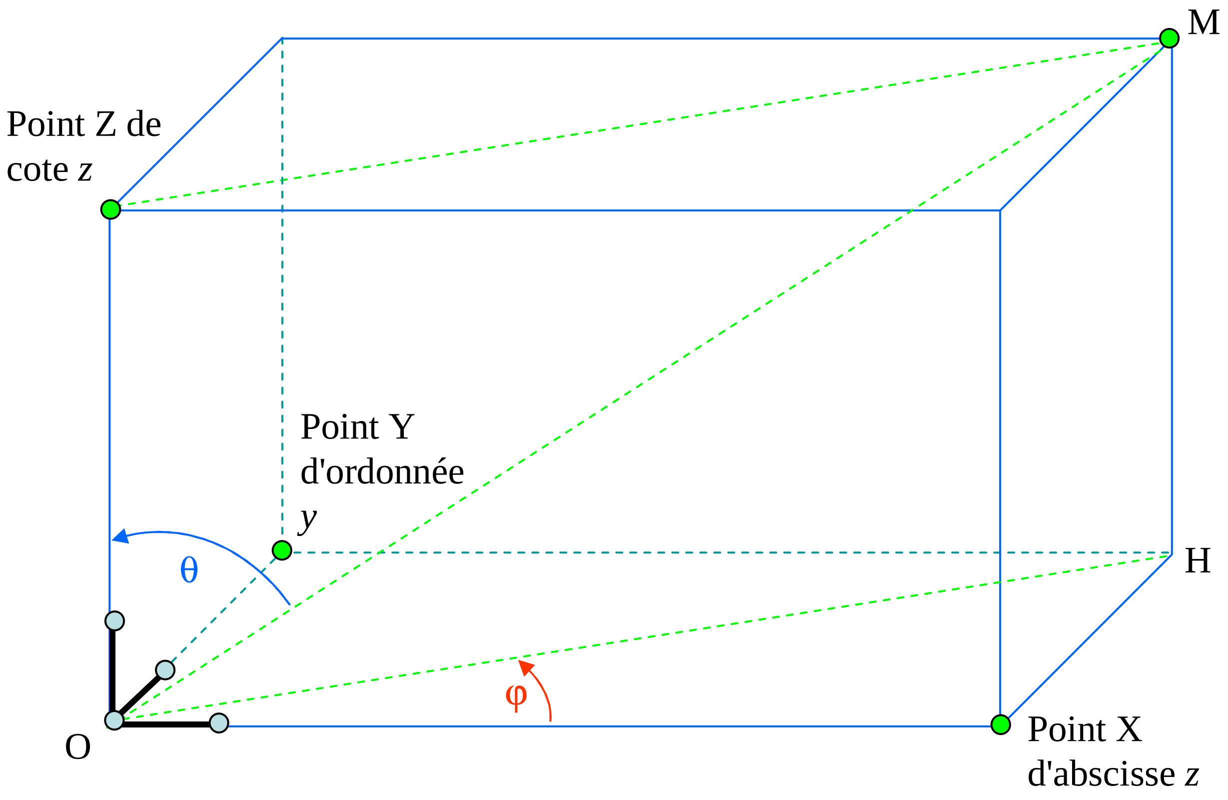


Points mesurés



Angles mesurés

Convention rayon-colatitude-longitude



On écrit $M = \left\{\begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix}\right.$

OM = rayon

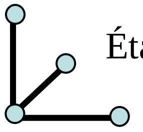
φ = longitude

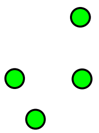
θ = colatitude

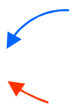
Si le repère est **orthogonal**, les angles entre les étalons de longueur sont droits.

Si le repère est **normé**, les étalons de longueur sont égaux..

Si le repère est **orthonormé**, il est orthogonal et norné.


Étalons de longueur


Points mesurés


Angles mesurés

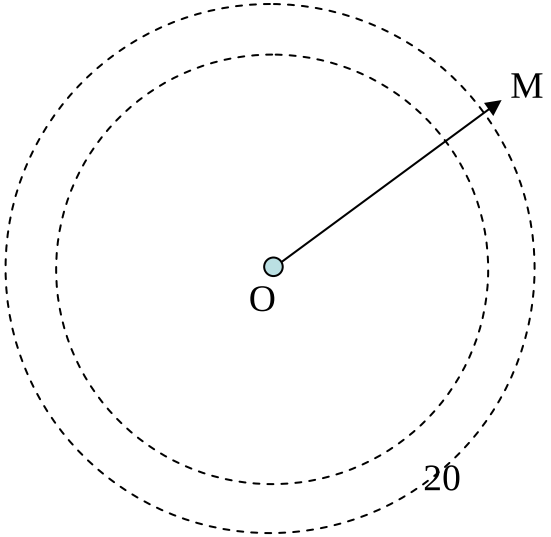
Convention géographique

On écrit M = $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

OM = rayon

φ = longitude

θ = latitude



Convention géographique

On écrit M = $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

Altitude

$\updownarrow$

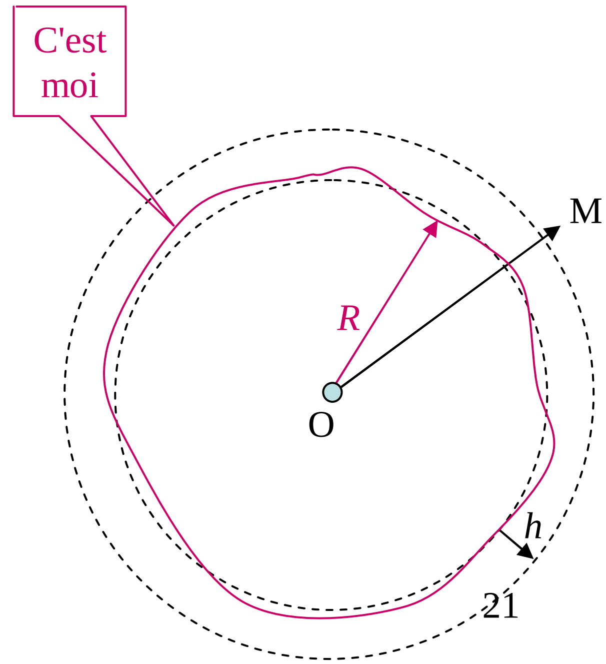
$OM = R + h$ ← OM = rayon

φ = longitude

θ = latitude

↓

distance au centre de la Terre du point du géoïde



Convention géographique

Altitude

$OM = R + h$

distance au centre de la Terre du point du géoïde

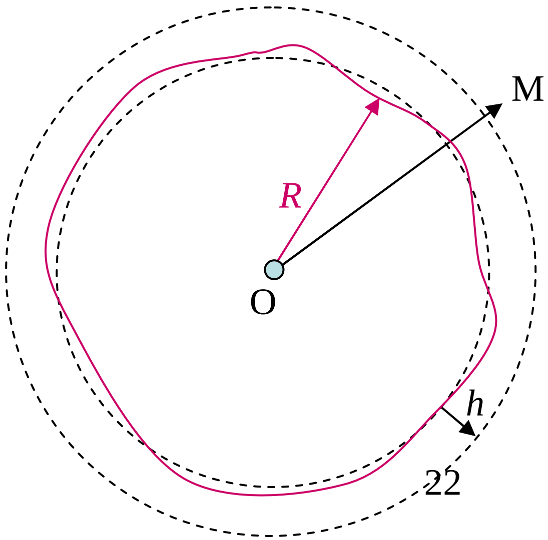
géoïde = surface équipotentielle de référence du champ de pesanteur terrestre

On écrit M = $\begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases}$

OM = rayon

φ = longitude

θ = latitude



Convention géographique

On écrit M = $\begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases}$

Altitude

$OM = R + h$

OM = rayon

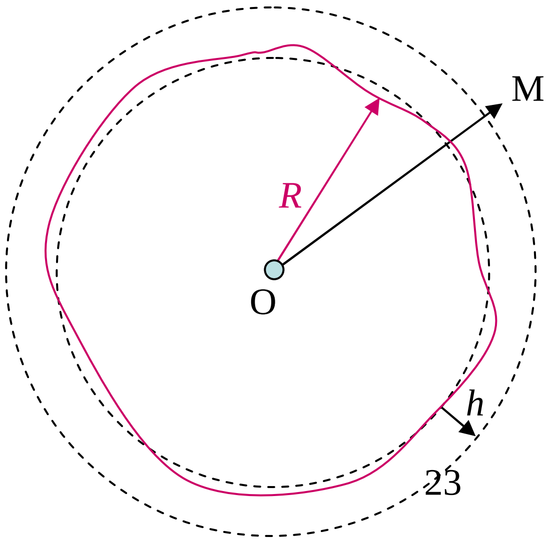
φ = longitude

θ = latitude

distance au centre de la Terre du point du géoïde

Équipotentiel veut dire égal à un potentiel donné

géoïde = surface équipotentielle de référence du champ de pesanteur terrestre



Convention géographique

Potentiel = **travail** de la pesanteur sur 1 kilogramme allant de l'infini à un point dnné

Équipotentiel veut dire égal à un potentiel donné

Altitude

$OM = R + h$

distance au centre de la Terre du point du géoïde

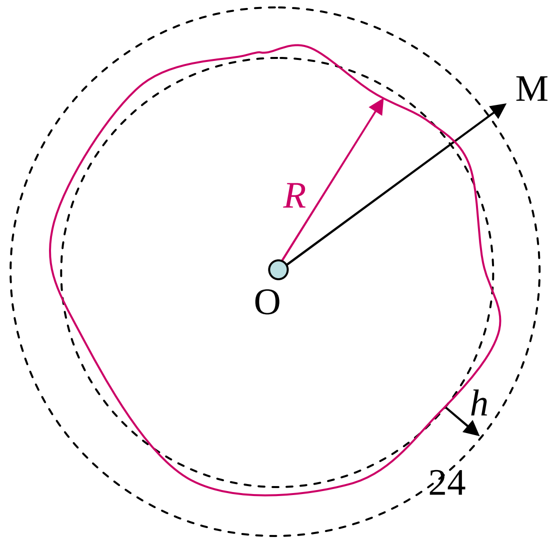
géoïde = surface équipotentielle de référence du champ de pesanteur terrestre

On écrit $M = \left\{ \begin{array}{l} x \\ y \\ z \end{array} \right.$

OM = rayon

φ = longitude

θ = latitude

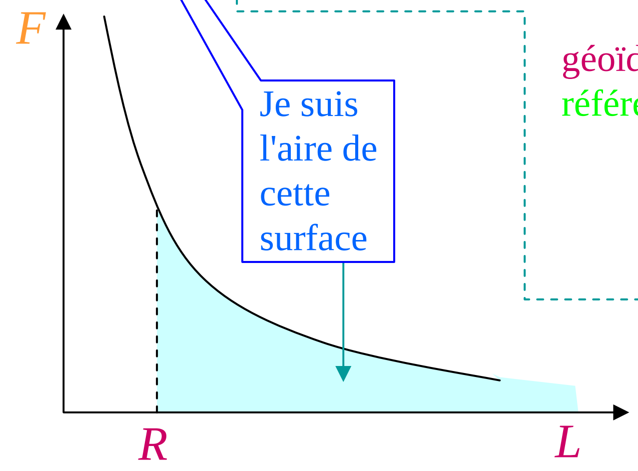


Convention géographique

Potentiel = travail de la pesanteur sur 1 kilogramme allant de l'infini à un point dnné

Travail = $\int_R^\infty F \, \mathrm{d}L$

équipotentiel = potentiel donné



Altitude

$OM = R + h$

distance au centre de la Terre du point du géoïde

géoïde = surface équipotentielle de référence du champ de pesanteur terrestre

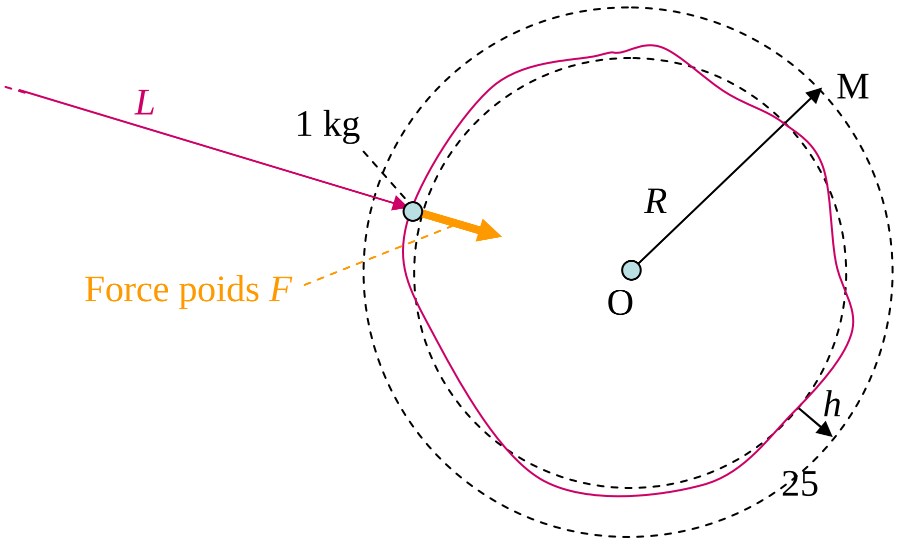
On écrit M = $\begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases}$

OM = rayon

φ = longitude

θ = latitude

de l'infini



Convention géographique

Potentiel = travail de la pesanteur sur 1 kilogramme allant de l'infini à un point dnné

$$\text{Travail} = \int_R^{\infty} F \, \mathbf{d}L$$

équipotentiel = potentiel donné

géoïde = surface équipotentielle de référence du champ de pesanteur terrestre

Altitude

$OM = R + h$

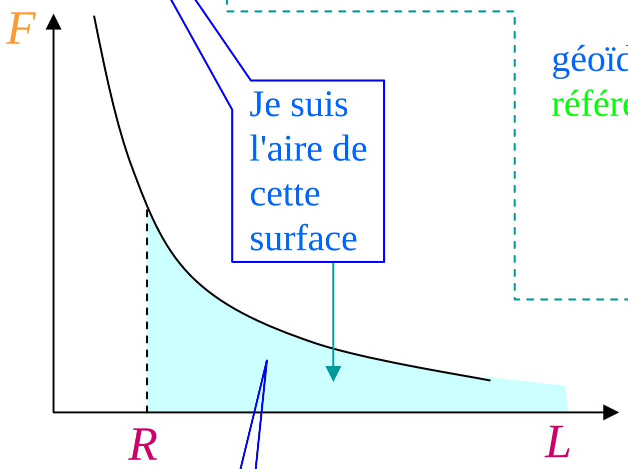
distance au centre de la Terre du point du géoïde

On écrit $M = \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases}$

OM = rayon

φ = longitude

θ = latitude



Je suis l'aire de cette surface

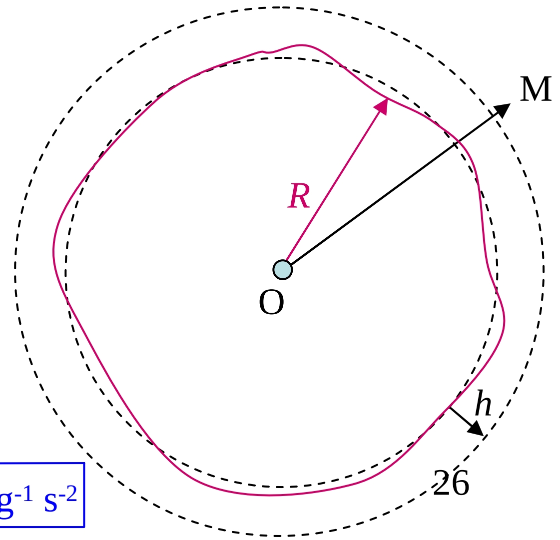
On me calcule à partir du postulat de Newton

Un kg

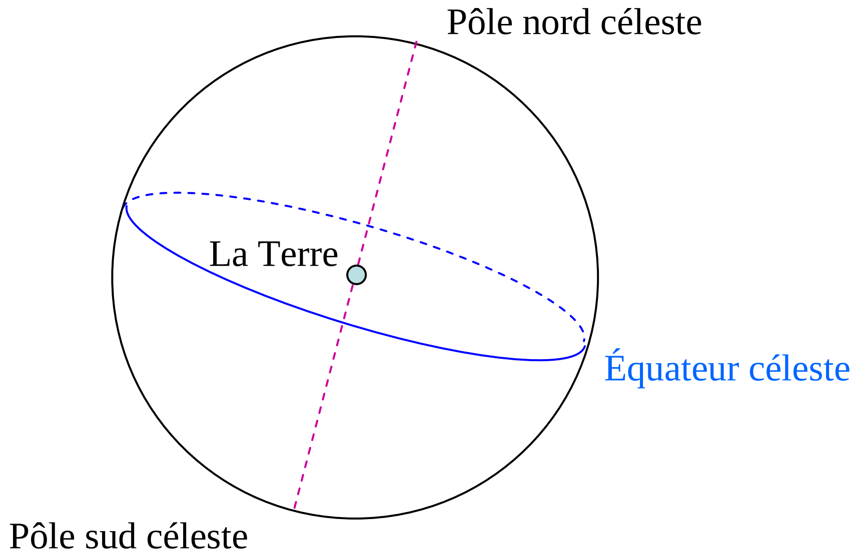
Je suis la masse de la terre

$$F = G \frac{1\ M}{R^2} + \text{correction (mesures)}$$

Je suis la constante de gravitation universelle et vaut 6,6743 × 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}



Convention équatoriale



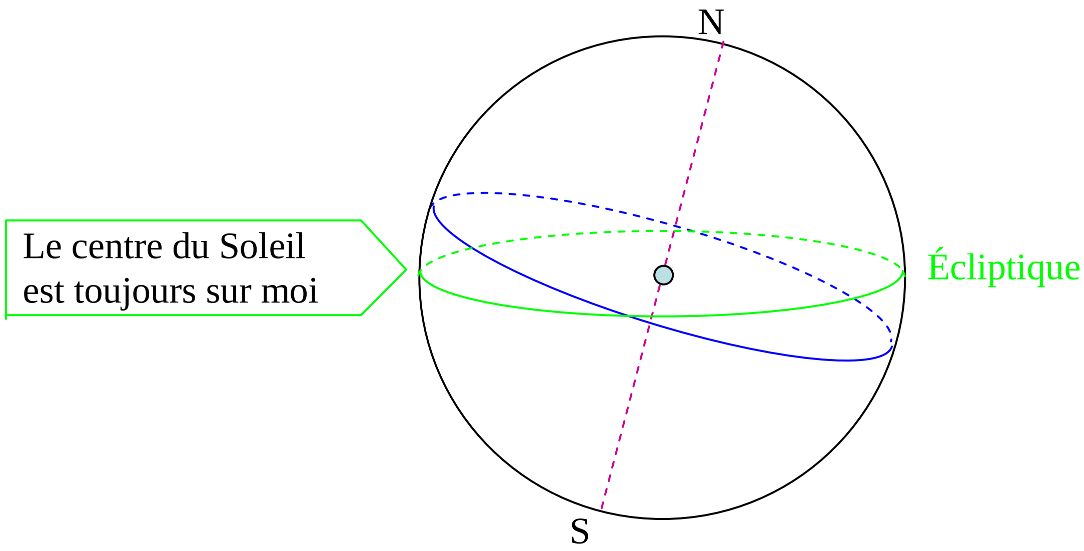
On écrit M = $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

OM = rayon

φ = longitude

θ = latitude

Convention équatoriale



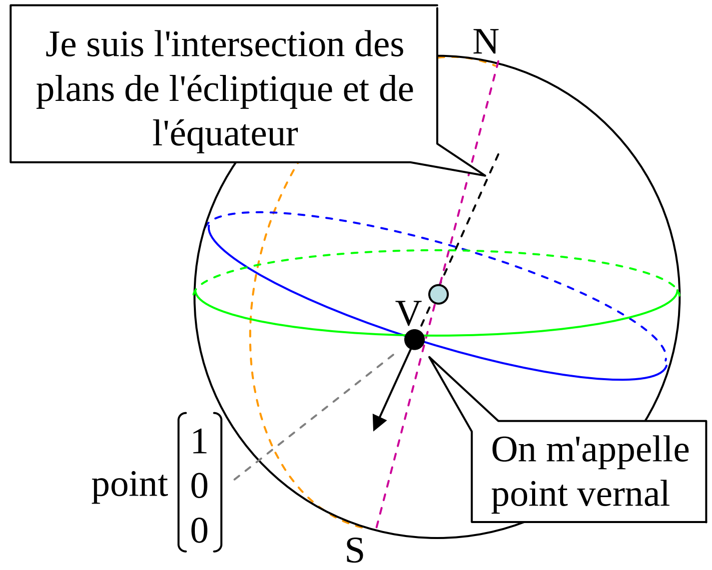
On écrit M = $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

OM = rayon

φ = longitude

θ = latitude

Convention équatoriale



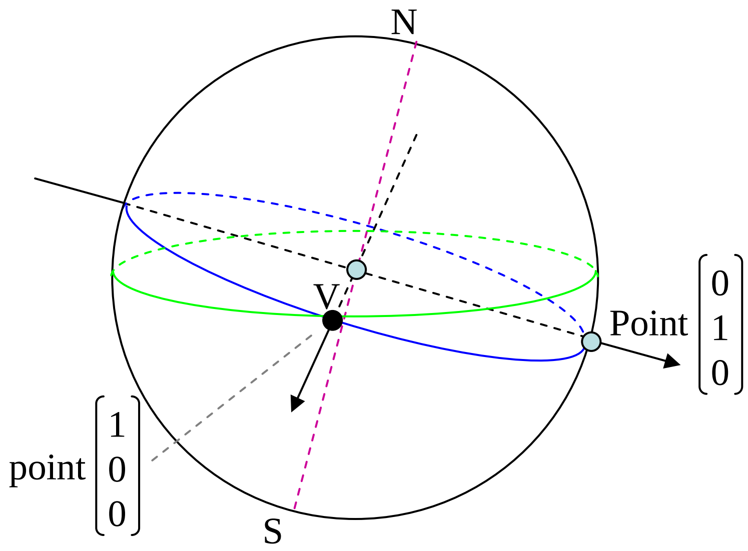
On écrit $M = \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases}$

OM = rayon

φ = longitude

θ = latitude

Convention équatoriale



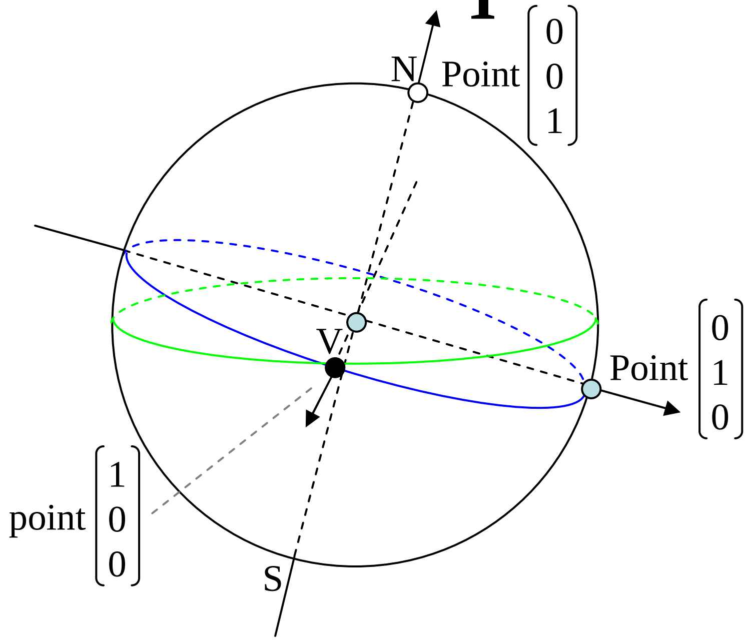
On écrit M = $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$

OM = rayon

φ = longitude

θ = latitude

Convention équatoriale



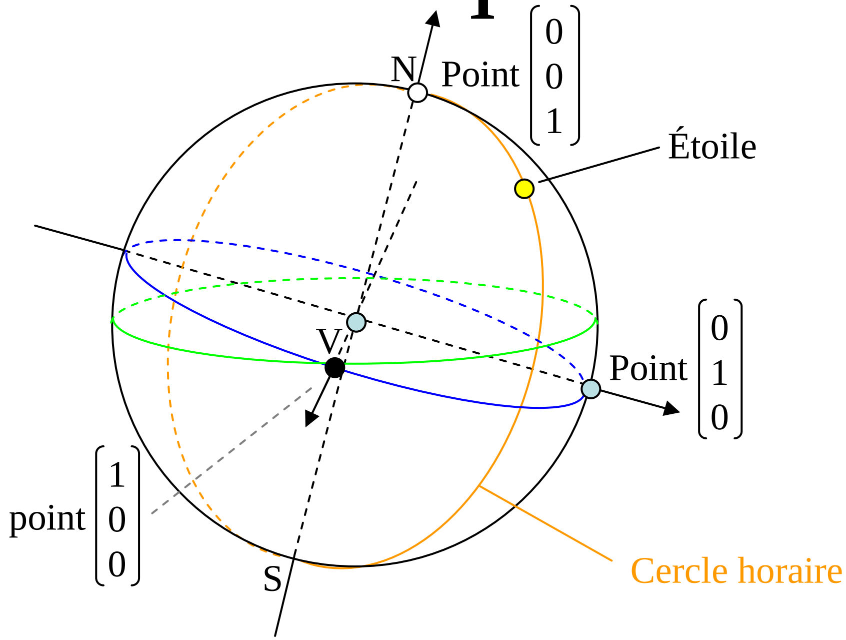
On écrit M = $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$

OM = rayon

φ = longitude

θ = latitude

Convention équatoriale



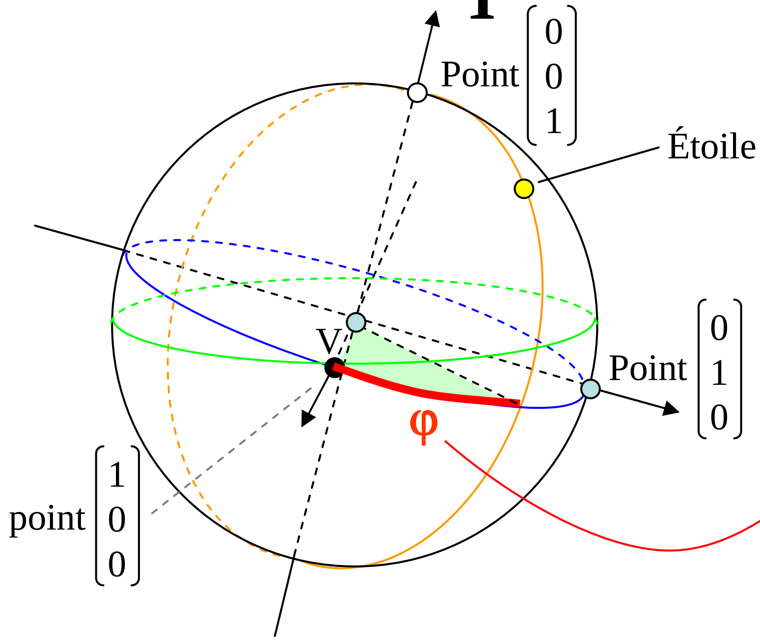
On écrit $M = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

OM = rayon

φ = longitude

θ = latitude

Convention équatoriale



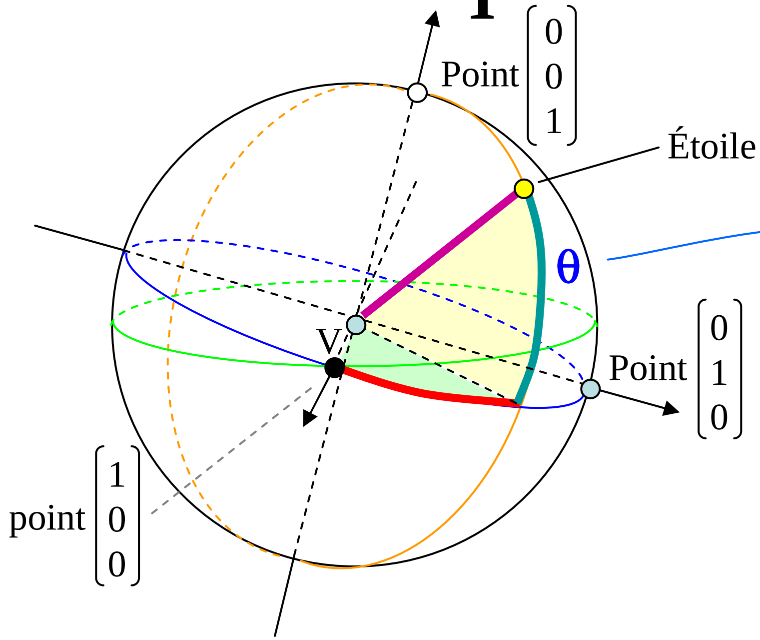
On écrit M = $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

OM = rayon

φ = longitude

θ = latitude

Convention équatoriale



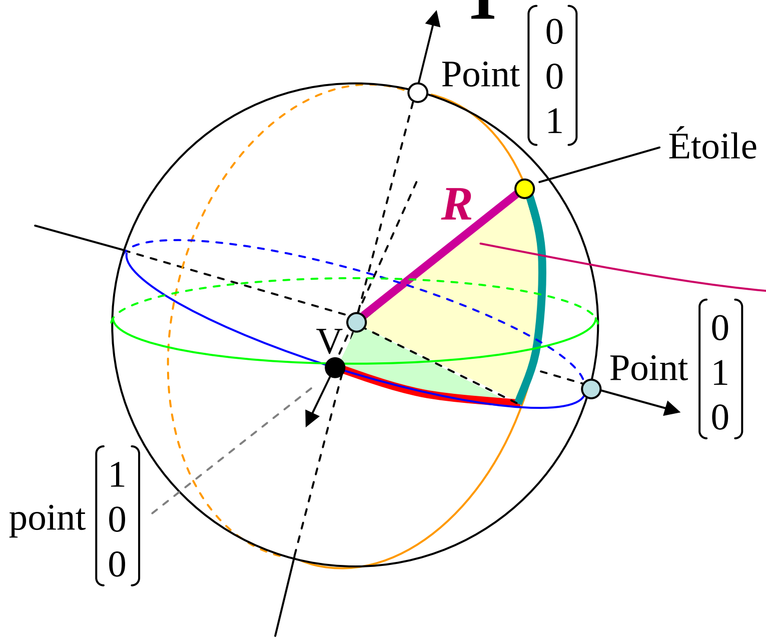
On écrit M = $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

OM = rayon

φ = longitude

θ = latitude

Convention équatoriale



On écrit M = $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$

(arbitraire) OM = rayon

φ = longitude

θ = latitude

https://fr.wikipedia.org/wiki/Coordonn%C3%A9es_sph%C3%A9riques#/media/Fichier:Coordonnees_equatoriales.svg

https://fr.wikipedia.org/wiki/Trigonom%C3%A9trie_sph%C3%A9rique#Formule_des_cosinus_et_relation_duale

Minutes et secondes

horaires et angulaires

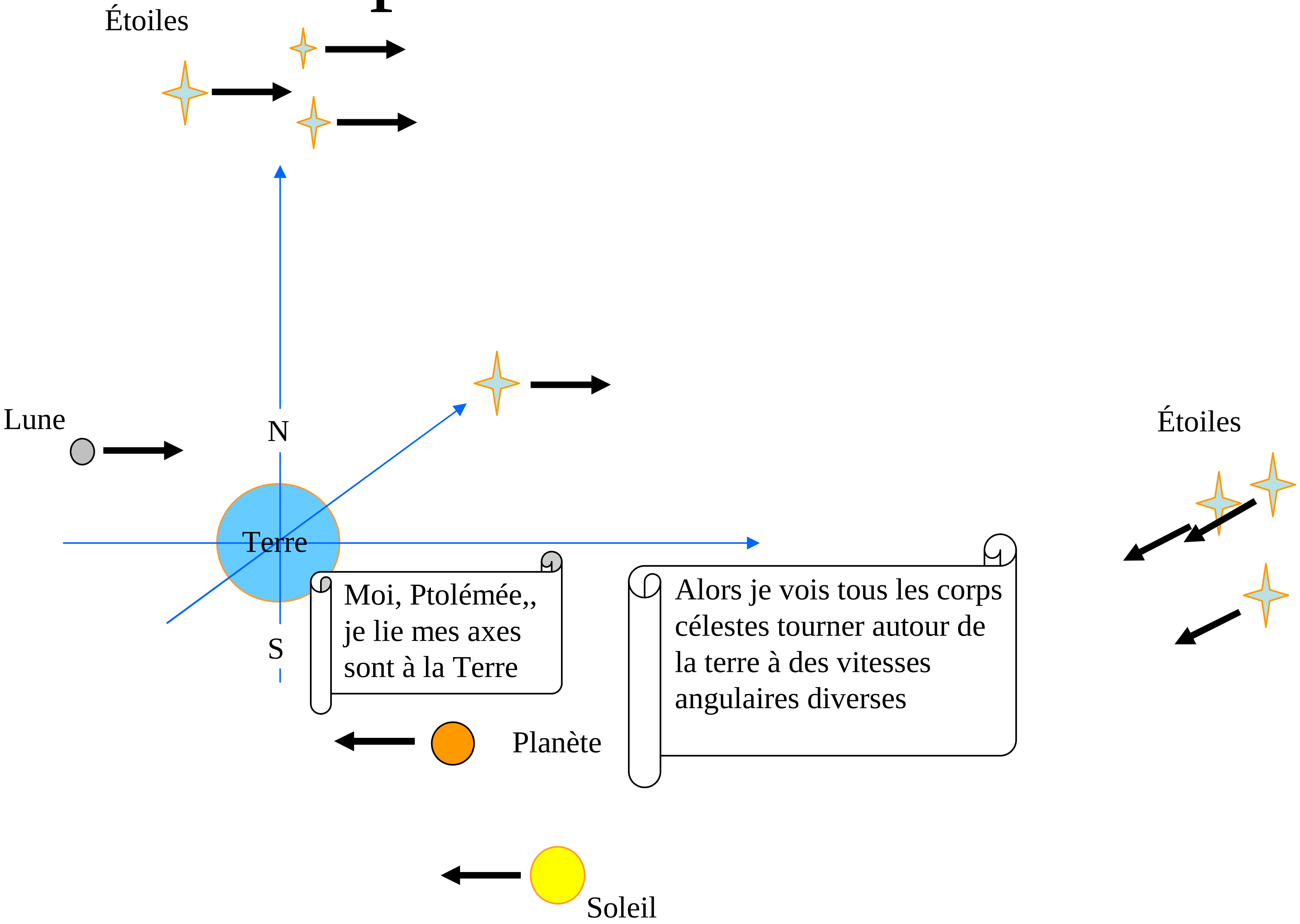
On dresse un tableau de proportion

Vous choisissez vos lettres pour les inconnues et variables

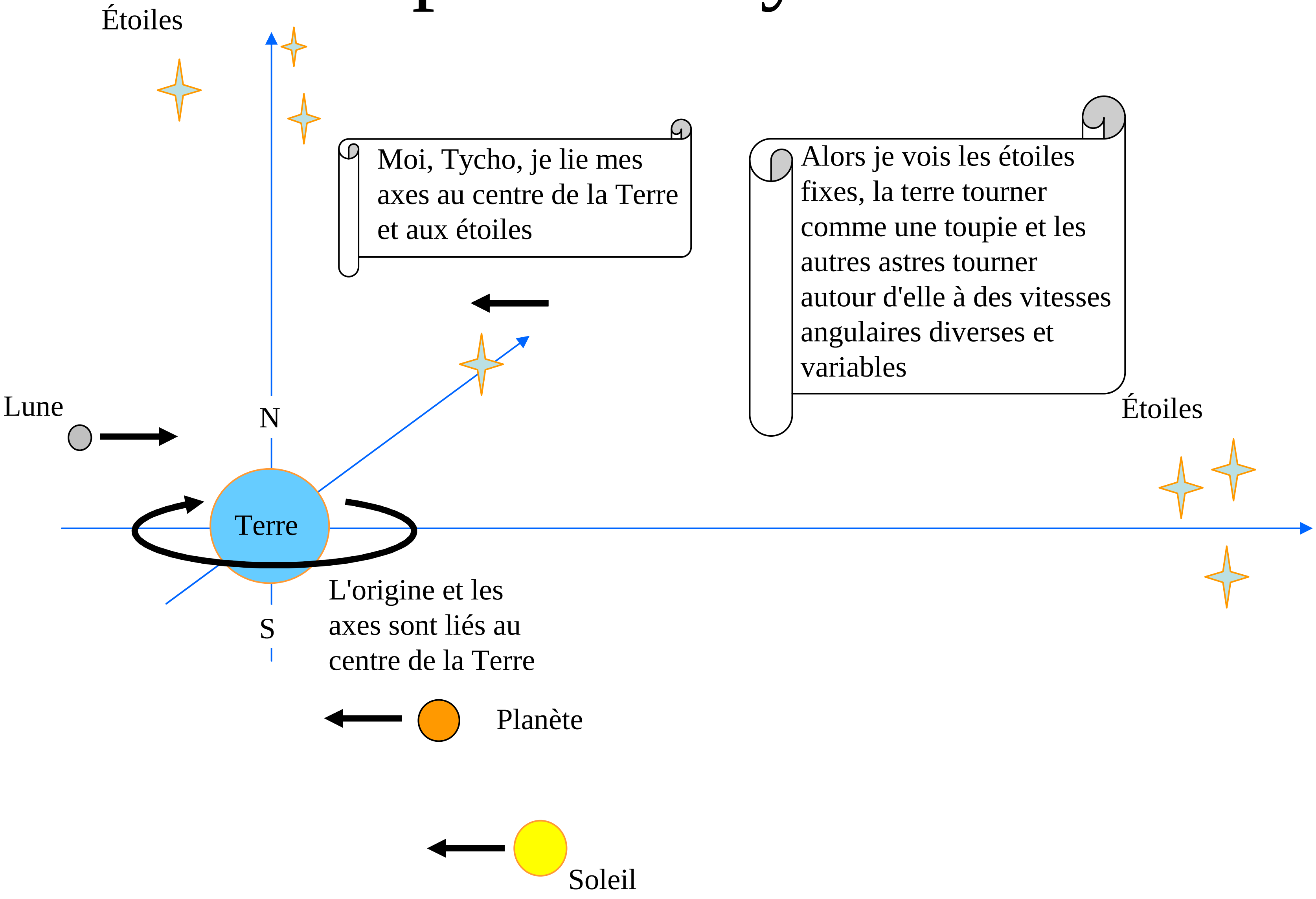
puis vous établissez les formules de conversion selon les besoins

Horaire	Jour	1	*a*
	Heure	24	*b*
	Minute	24 x 60	*c*
	Seconde	24 x 3600	*d*
Angulaire	Tour	1	*a*
	Degré	360	*f*
	Minute	360 x 60	*g*
	Seconde	360 x 3600	*h*
	Dixièmes	360 x 36000	*k*
	Centièmes	360 x 360000	*l*
	Millièmes	360 x 3600000	*m*
		Proportion	

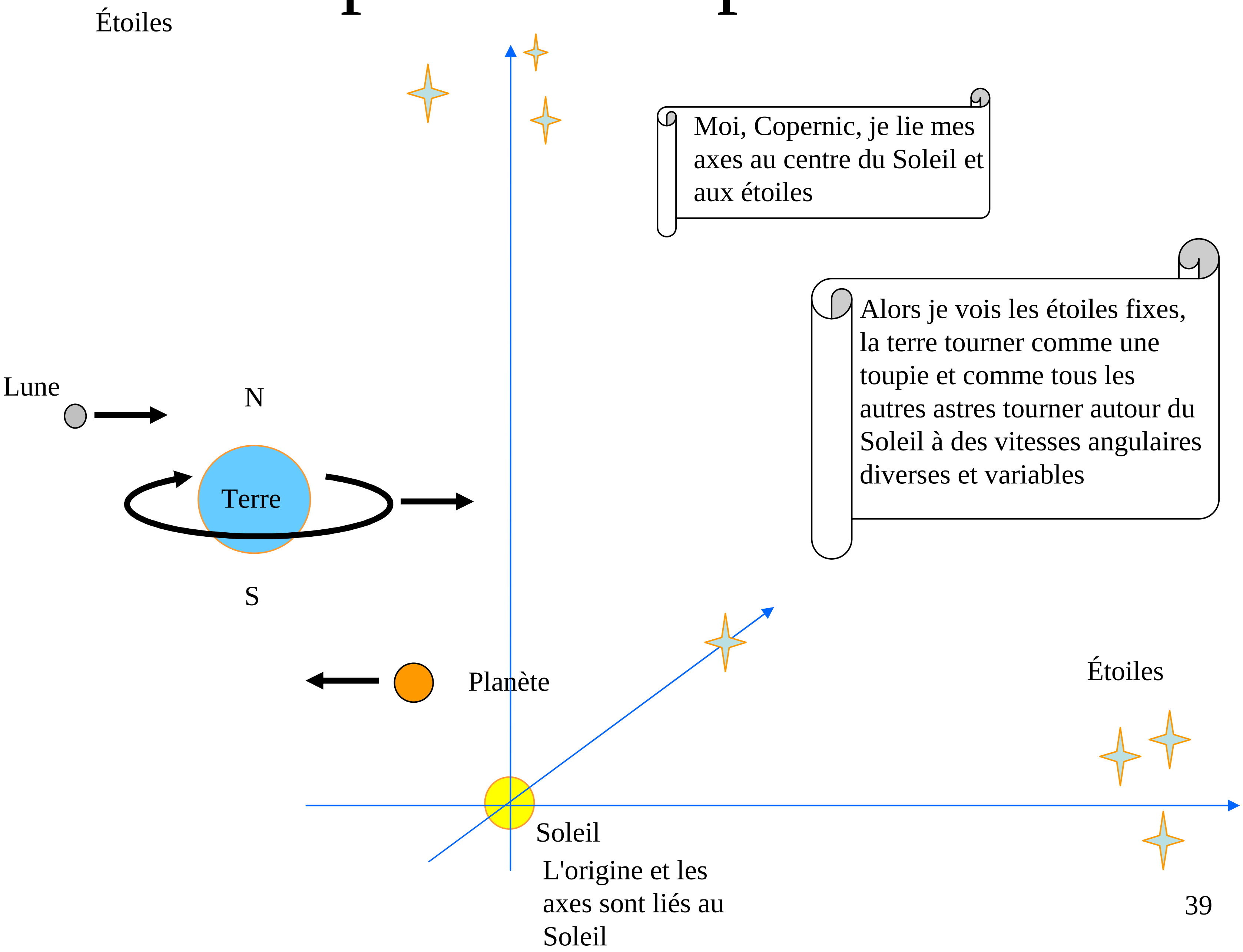
Repère de Ptolémée



Repère de Tycho



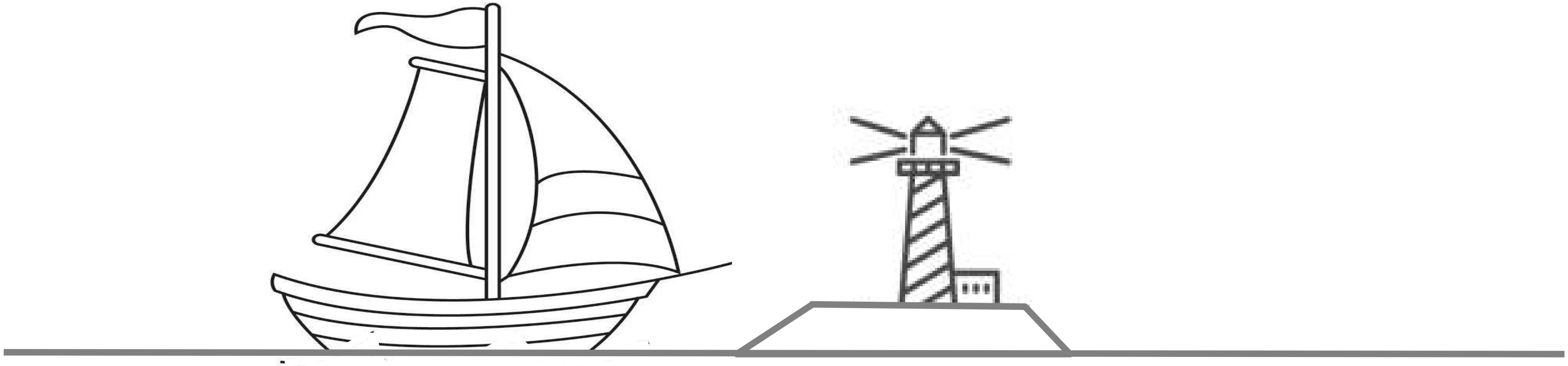
Repère de Copernic



Relativité

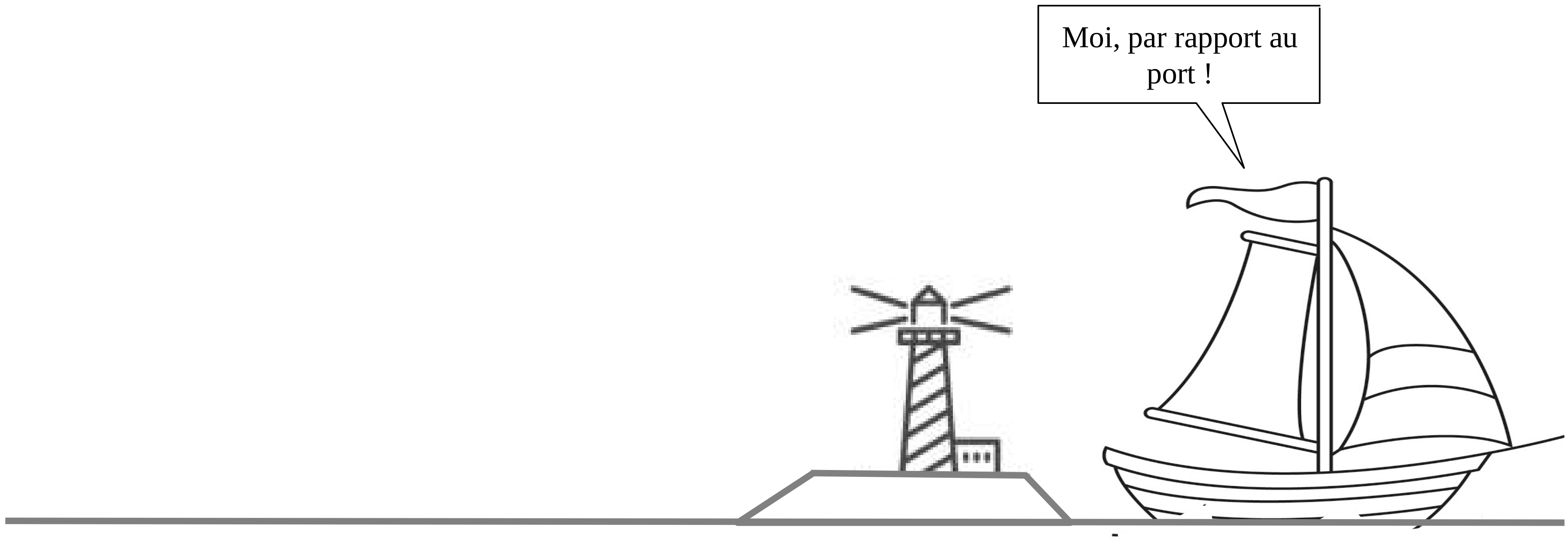
(Moyen âge)

Qu'est-ce qui bouge et par rapport à quoi ?



Relativité

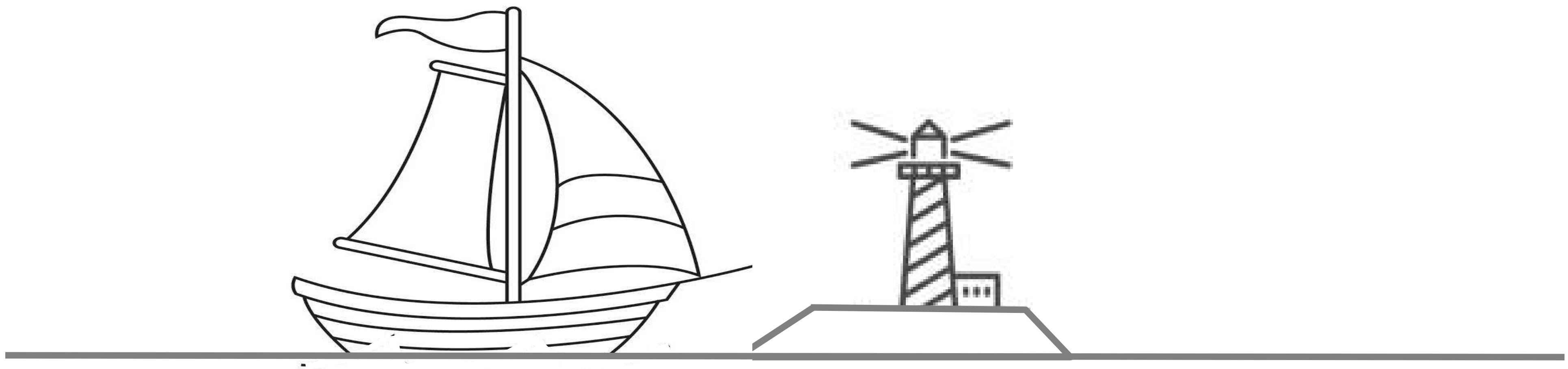
(Moyen âge)



Relativité

(Moyen âge)

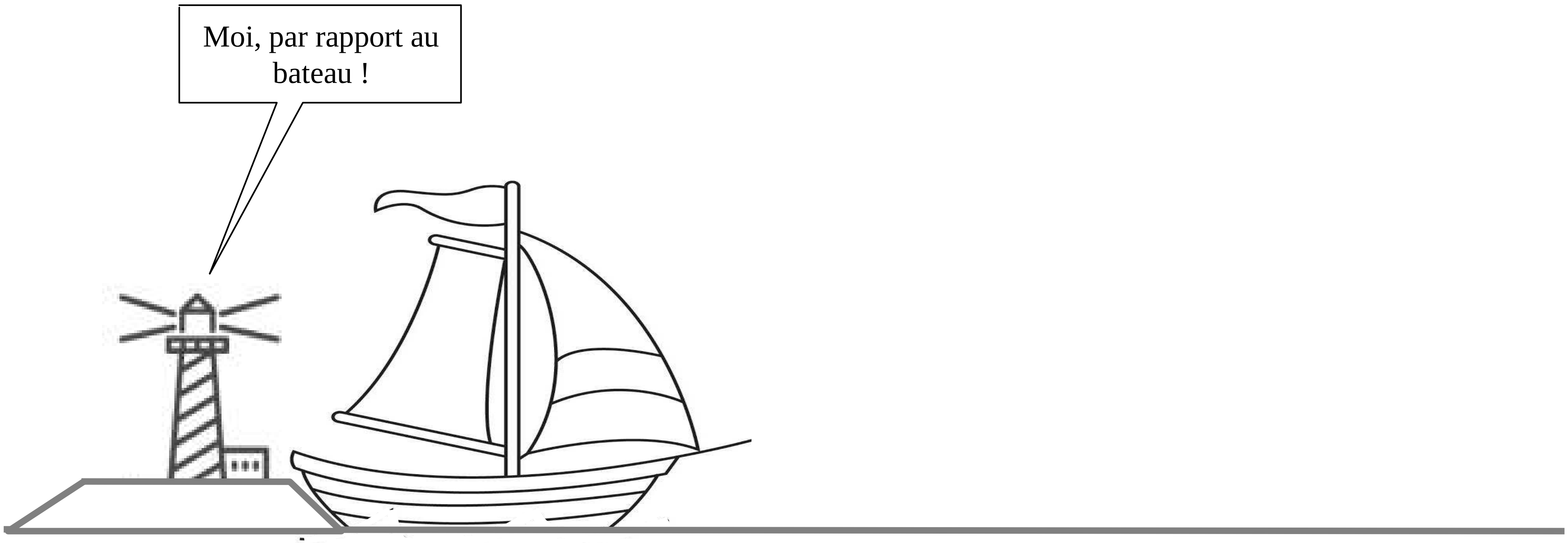
Qu'est-ce qui bouge et par rapport à quoi ?



Relativité

(Moyen âge)

Le port bouge par rapport au bateau .



Le temps

- *Les effets ont lieu après les causes* définit le sens du temps

Le temps

- *Les effets ont lieu après les causes* définit le sens du temps
- Mesurer un temps c'est compter les périodes d'un mouvement choisi comme référence.

Le temps

- *Les effets ont lieu après les causes* définit le sens du temps
- Mesurer un temps c'est compter les périodes d'un mouvement choisi comme référence.
- Ce mouvement s'appelle une horloge.

Le temps

- *Les effets ont lieu après les causes* définit le sens du temps
- Mesurer un temps c'est compter les périodes d'un mouvement choisi comme référence.
- Ce mouvement s'appelle une horloge.
- Les premières horloges sont dans le ciel :

Le temps

- *Les effets ont lieu après les causes* définit le sens du temps
- Mesurer un temps c'est compter les périodes d'un mouvement choisi comme référence.
- Ce mouvement s'appelle une horloge.
- Les premières horloges sont dans le ciel :

Mouvement apparent du Soleil. Unité : le jour solaire.

Le temps

- *Les effets ont lieu après les causes* définit le sens du temps
- Mesurer un temps c'est compter les périodes d'un mouvement choisi comme référence.
- Ce mouvement s'appelle une horloge.
- Les premières horloges sont dans le ciel :

Mouvement apparent du Soleil. Unité : le jour solaire.

Mouvement apparent des étoiles. Unité : le jour stellaire.

Le temps

- *Les effets ont lieu après les causes* définit le sens du temps
- Mesurer un temps c'est compter les périodes d'un mouvement choisi comme référence.
- Ce mouvement s'appelle une horloge.
- Les premières horloges sont dans le ciel :

Mouvement apparent du Soleil. Unité : le jour solaire.

Mouvement apparent des étoiles. Unité : le jour stellaire.

Mouvement apparent de la Lune. Unité : le jour lunaire.

Le temps

- *Les effets ont lieu après les causes* définit le sens du temps
- Mesurer un temps c'est compter les périodes d'un mouvement choisi comme référence.
- Ce mouvement s'appelle une horloge.
- Les premières horloges sont dans le ciel :

Mouvement apparent du Soleil. Unité : le jour solaire.

Mouvement apparent des étoiles. Unité : le jour stellaire.

Mouvement apparent de la Lune. Unité : le jour lunaire.

- Mais les humains eurent besoin de décomposer les jours en unités plus petites …

Le temps

- *Les effets ont lieu après les causes* définit le sens du temps
- Mesurer un temps c'est compter les périodes d'un mouvement choisi comme référence.
- Ce mouvement s'appelle une horloge.
- Les premières horloges sont dans le ciel :

Mouvement apparent du Soleil. Unité : le jour solaire.

Mouvement apparent des étoiles. Unité : le jour stellaire.

Mouvement apparent de la Lune. Unité : le jour lunaire.

- Mais les humains eurent besoin de décomposer les jours en unités plus petites … D'où la nécessité d'inventer des horloges artificielles

Horloges artificielles

Leur pièce essentielle est un oscillateur.

La nature de cet oscillateur donne le nom du type d'horloge.

Horloges artificielles

Leur pièce essentielle est un oscillateur.

La nature de cet oscillateur donne le nom du type d'horloge.

Cet oscillateur est choisi comme étalon de mesure …

Horloges artificielles

Leur pièce essentielle est un oscillateur.

La nature de cet oscillateur donne le nom du type d'horloge.

Cet oscillateur est choisi comme étalon de mesure …

… à condition qu'on fasse confiance en sa périodicité !

Horloges artificielles

Leur pièce essentielle est un oscillateur.

La nature de cet oscillateur donne le nom du type d'horloge.

Cet oscillateur est choisi comme étalon de mesure …

… à condition qu'on fasse confiance en sa périodicité !

Voici quelques exemples

Pendule

Siphon

Circuit électrique

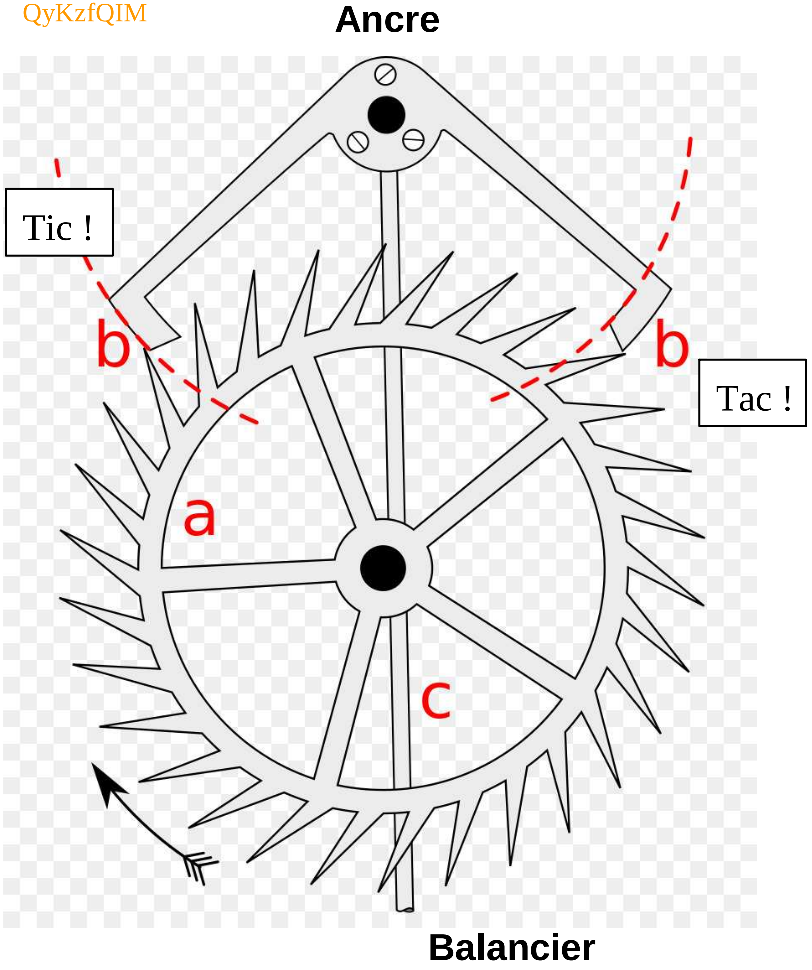
Cristal de quartz

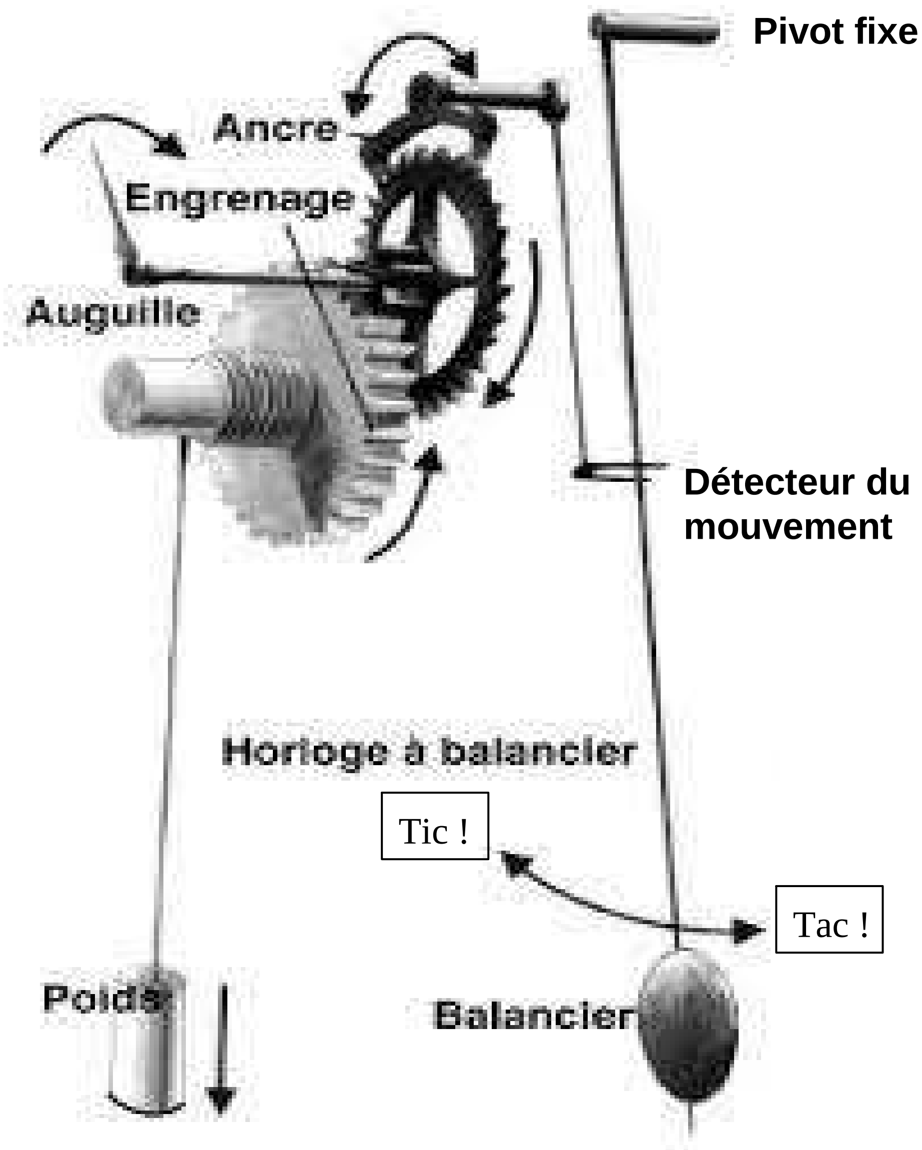
Atome

Horloges artificielles

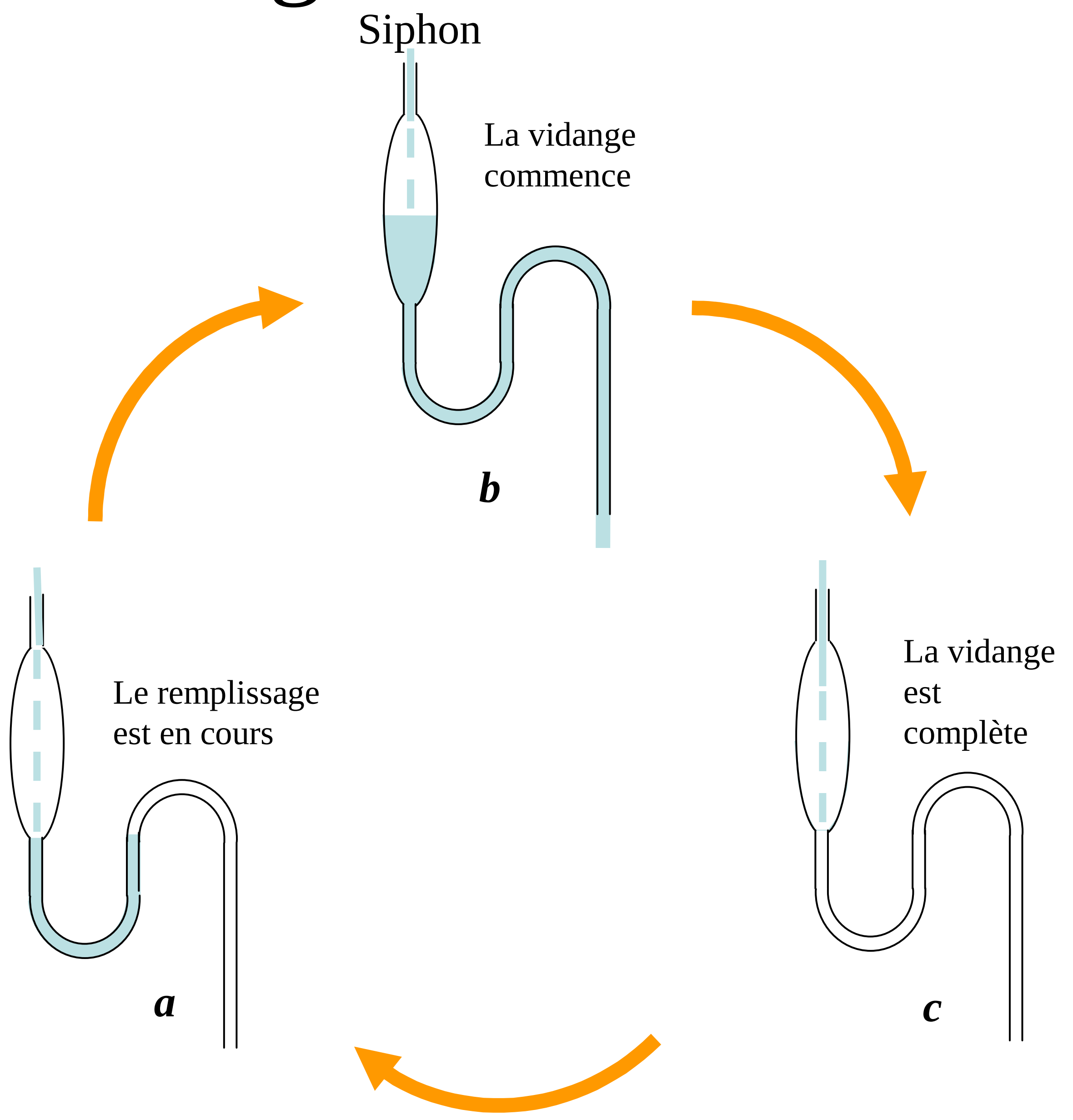
https://www.google.fr/search?q=dessins+d%27ancre+d%27horloge&tbm=isch&ved=2ahUKEwj8rrzQ9-n5AhUNLxoKHdaDDWEQ2-cCegQIABAA&oq=dessins+d%27ancre+d%27horloge&gs_lcp=CgNpbWcQDDoECCMQJ1CtcljwqQFglMEBaABwAHgAgAFFiAGYCJIBAjE4mAEAoAEBqgELZ3dzLXdpei1pbWe4AQPAAQE&sclient=img&ei=-5QLY7zFMI3eaNaHtogG&bih=596&biw=1366#imgrc=xDZ6EUQyKzfQIM

Pendule



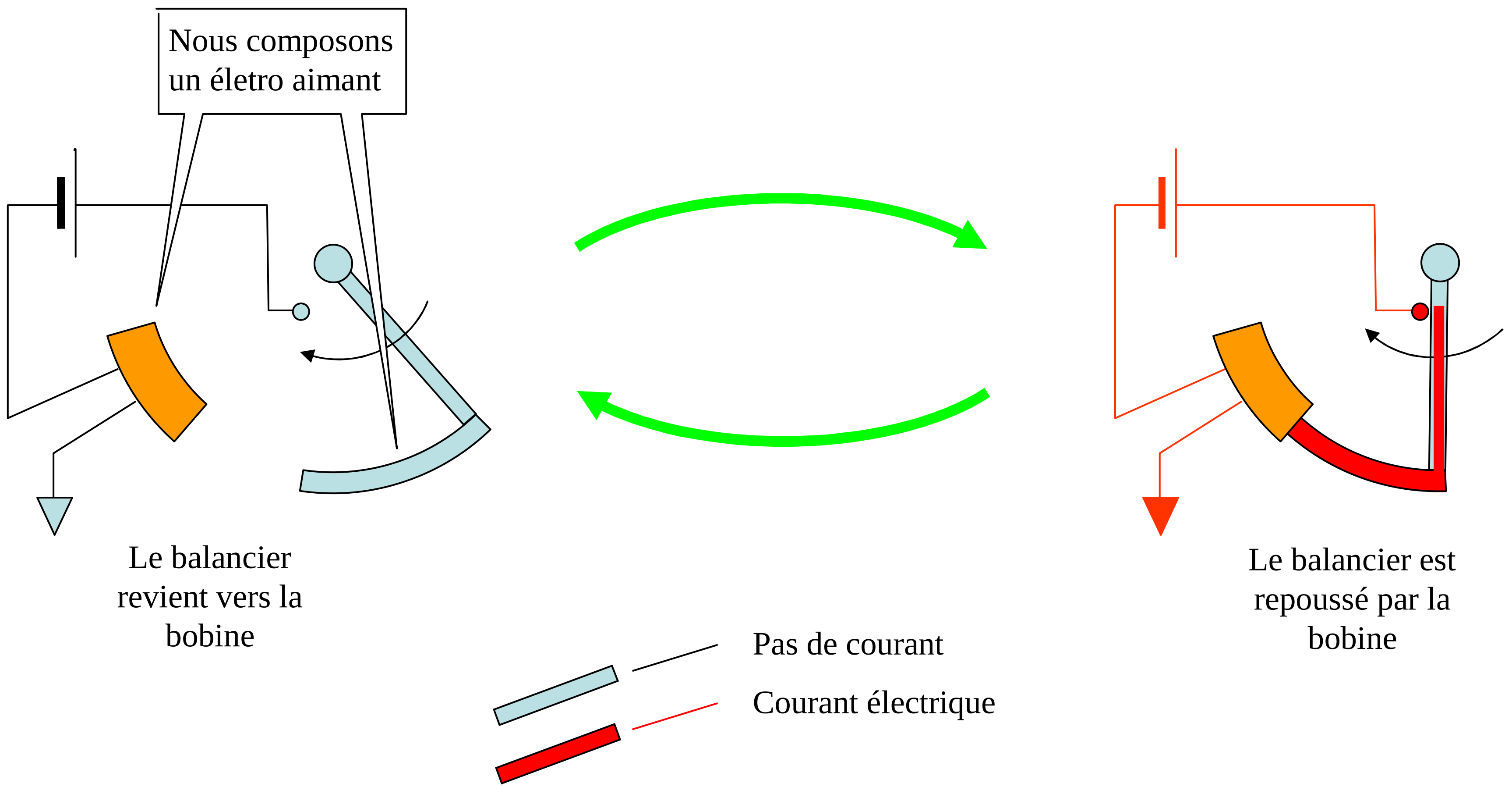


Horloges artificielles



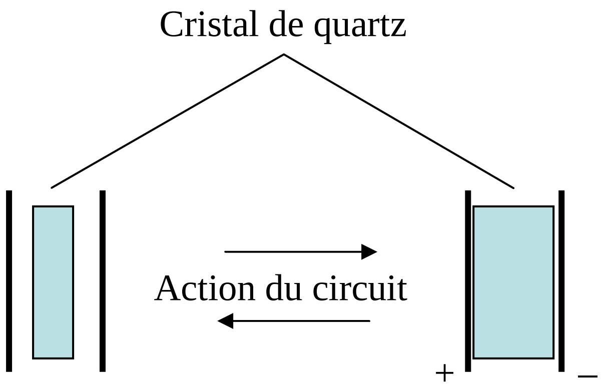
Horloges artificielles

Circuit électrique



Horloges artificielles

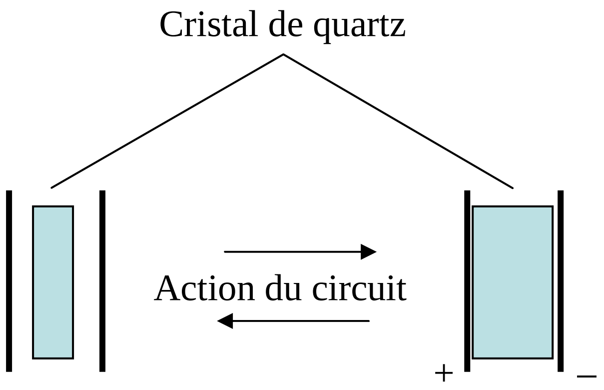
Cristal de quartz

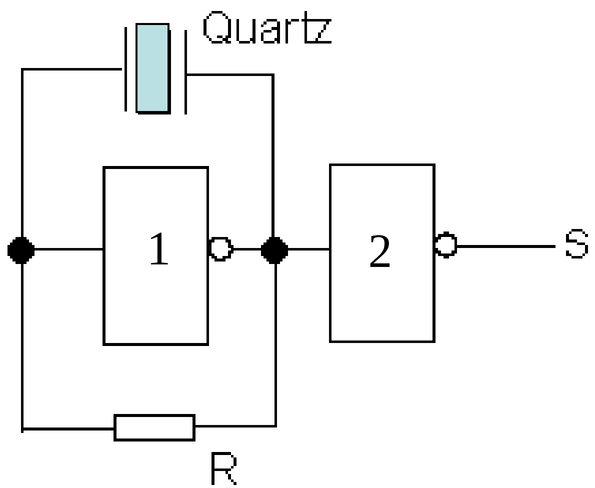


http://meteosat.pessac.free.fr/Cd_elect/temp/a_nettoyer/www.ac-nancy-metz.fr/pres-etab/lycom/Electro_cours/quartz.htm

Horloges artificielles

Cristal de quartz



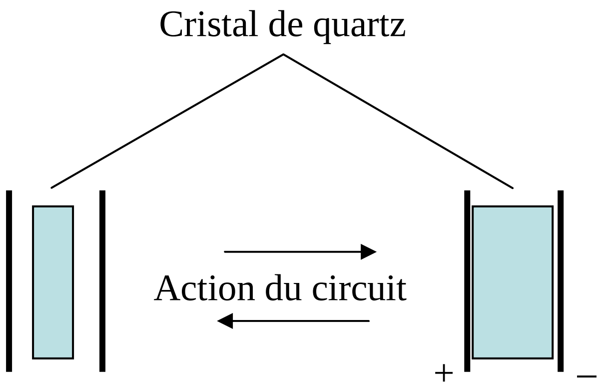


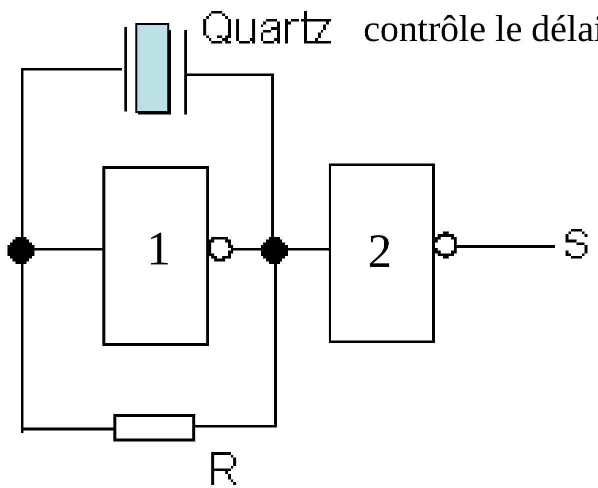
CMOS : R = 1 MΩ
TTL : R quelques centaines d'ohms

http://meteosat.pessac.free.fr/Cd_elect/temp/a_nettoyer/www.ac-nancy-metz.fr/pres-etab/lycom/Electro_cours/quartz.htm

Horloges artificielles

Cristal de quartz





contrôle le délai de réaction du circuit = Δt

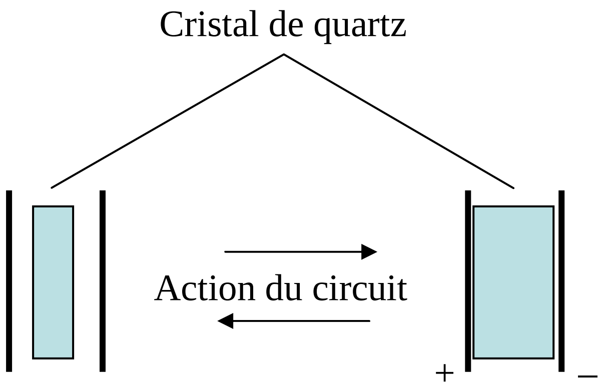
CMOS : R = 1 MΩ

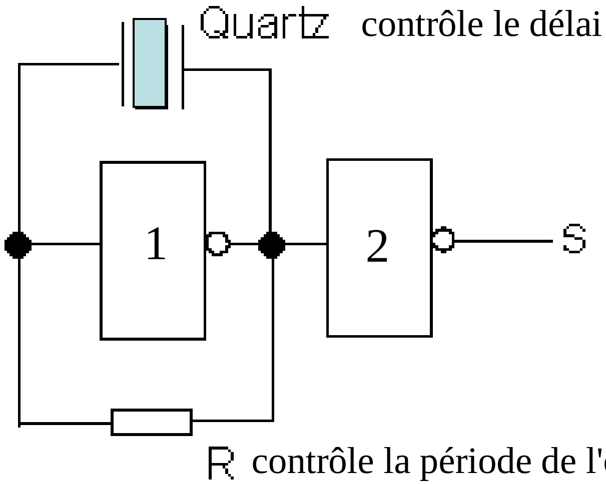
TTL : R quelques centaines d'ohms

http://meteosat.pessac.free.fr/Cd_elect/temp/a_nettoyer/www.ac-nancy-metz.fr/pres-etab/lycom/Electro_cours/quartz.htm

Horloges artificielles

Cristal de quartz





Quartz contrôle le délai de réaction du circuit = Δt

R contrôle la période de l'oscillateur = $\Delta t + \delta t$

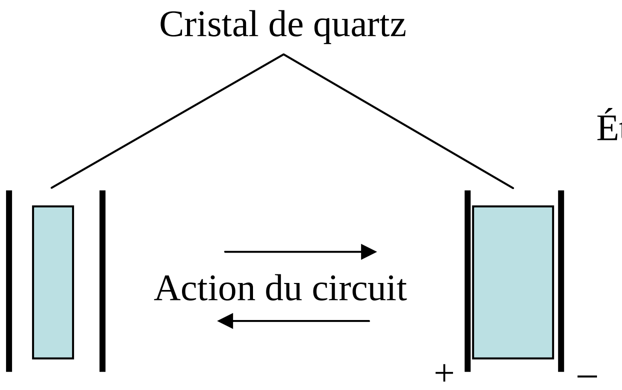
CMOS : R = 1 MΩ

TTL : R quelques centaines d'ohms

http://meteosat.pessac.free.fr/Cd_elect/temp/a_nettoyer/www.ac-nancy-metz.fr/pres-etab/lycom/Electro_cours/quartz.htm

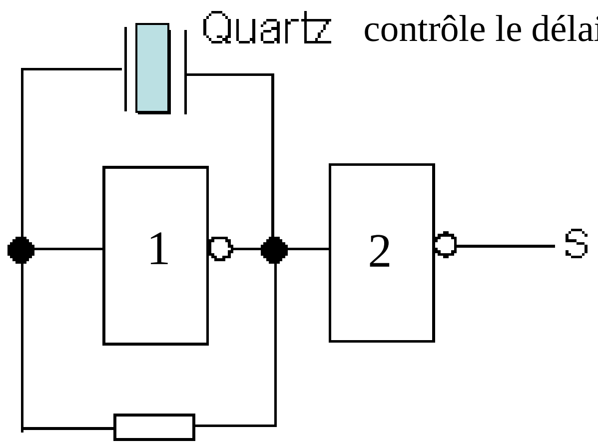
Horloges artificielles

Cristal de quartz



États stables des portes 1 et 2

Entrée	Sortie
0	1
1	0



Quartz contrôle le délai de réaction du circuit = Δt

R contrôle la période de l'oscillateur = $\Delta t + \delta t$

CMOS : R = 1 MΩ

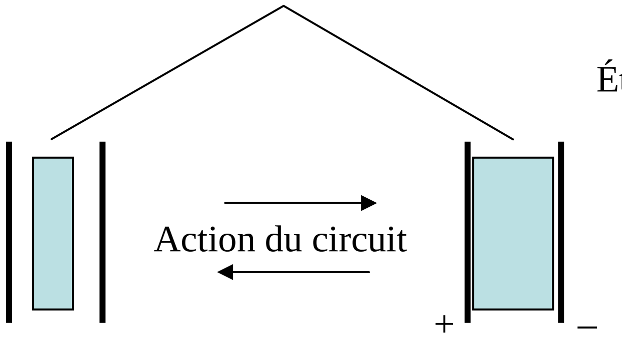
TTL : R quelques centaines d'ohms

http://meteosat.pessac.free.fr/Cd_elect/temp/a_nettoyer/www.ac-nancy-metz.fr/pres-etab/lycom/Electro_cours/quartz.htm

Horloges artificielles

Cristal de quartz

Cristal de quartz



États stables des portes 1 et 2

Entrée	Sortie
0	1
1	0

Table d'action du circuit autour de la porte 1

Entrée	Sortie
1	0
0	0
0	1
1	1
1	0

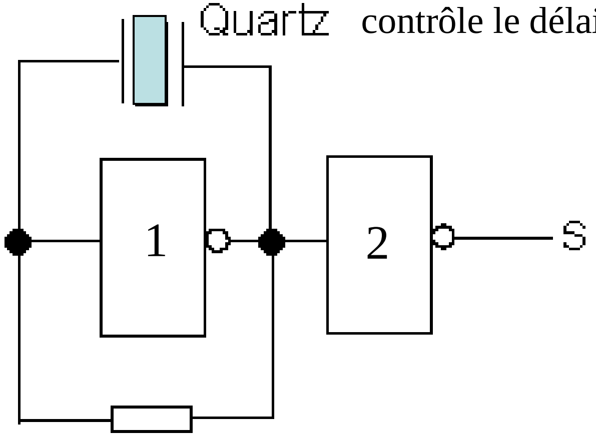
Action du circuit

Réaction de la porte

Action du circuit

Réaction de la porte

Quartz contrôle le délai de réaction du circuit = Δt



R contrôle la période de l'oscillateur = $\Delta t + \delta t$

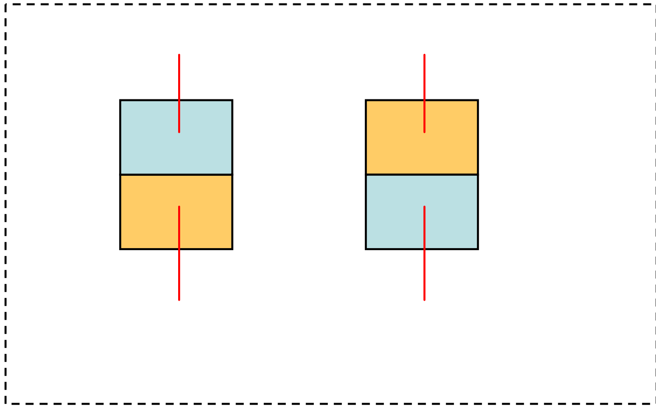
CMOS : R = 1 MΩ

TTL : R quelques centaines d'ohms

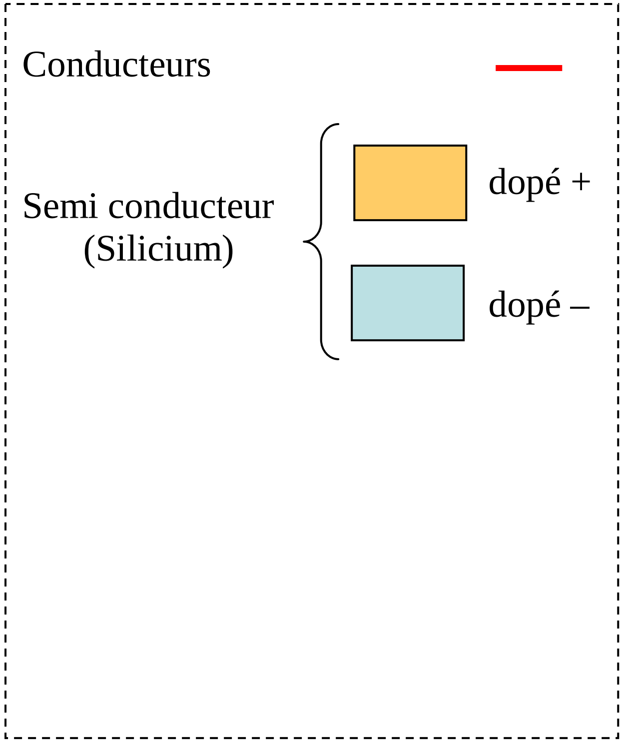
http://meteosat.pessac.free.fr/Cd_elect/temp/a_nettoyer/www.ac-nancy-metz.fr/pres-etab/lycom/Electro_cours/quartz.htm

Horloges artificielles

Technologie MOS **M**étal **O**xyde **S**emiconducteur



Deux diodes

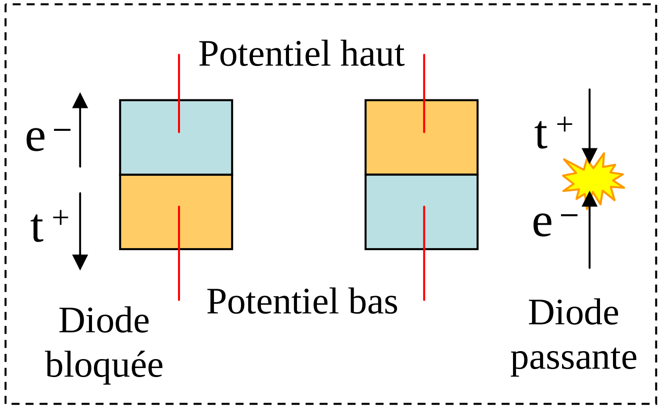


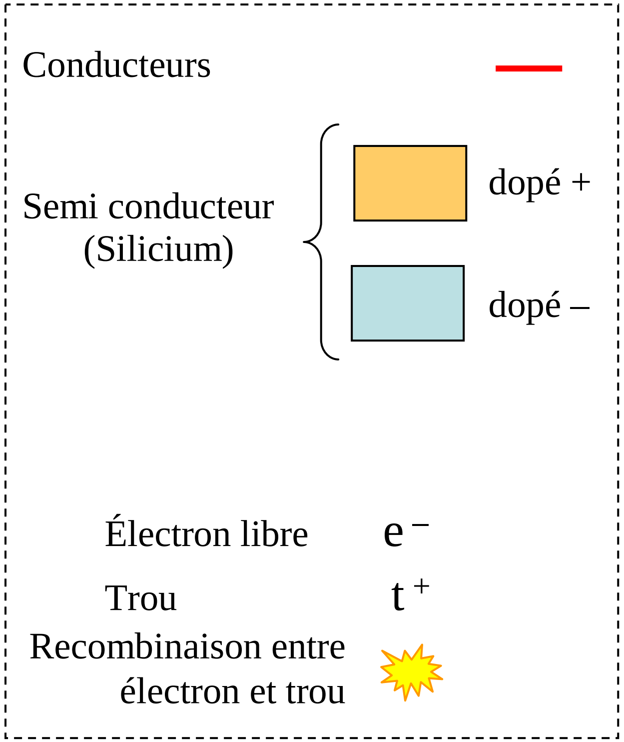
Cristal de silicium contenant une petite quantité d'aluminium

Cristal de silicium contenant une petite quantité de phosphore

Horloges artificielles

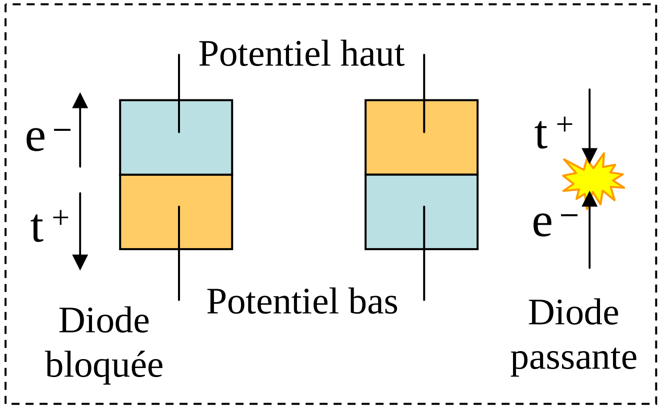
Technologie MOS

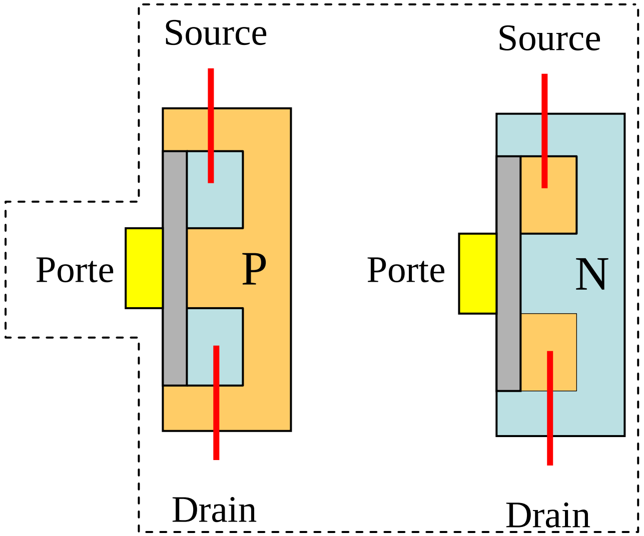




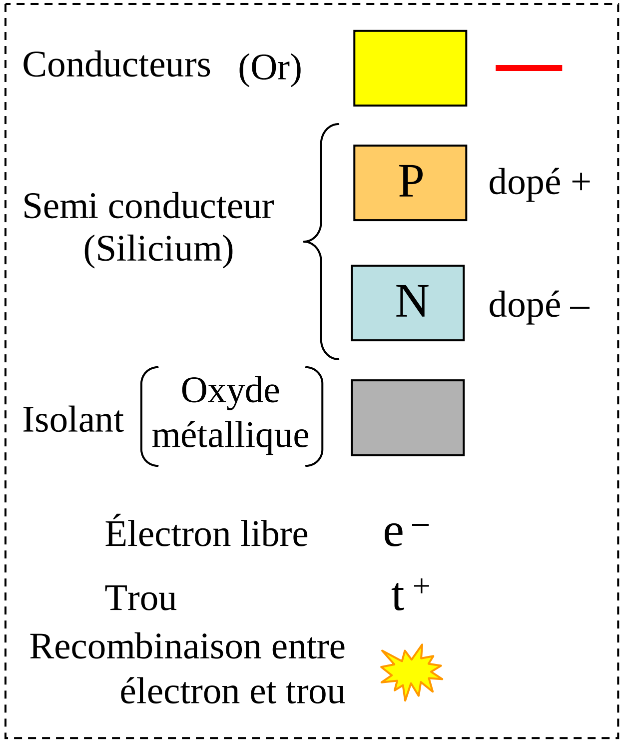
Horloges artificielles

Technologie MOS



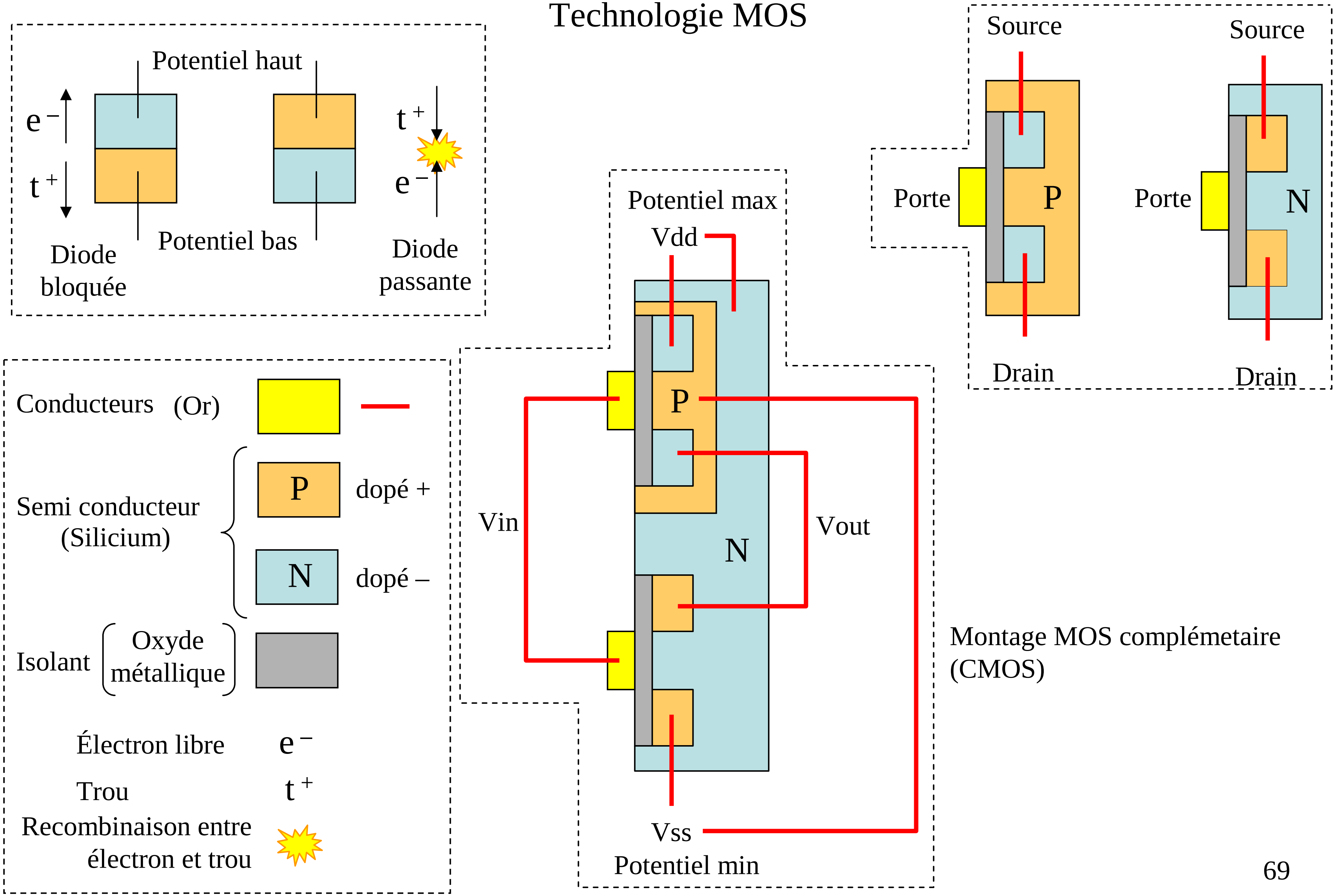


Montages MOS



Horloges artificielles

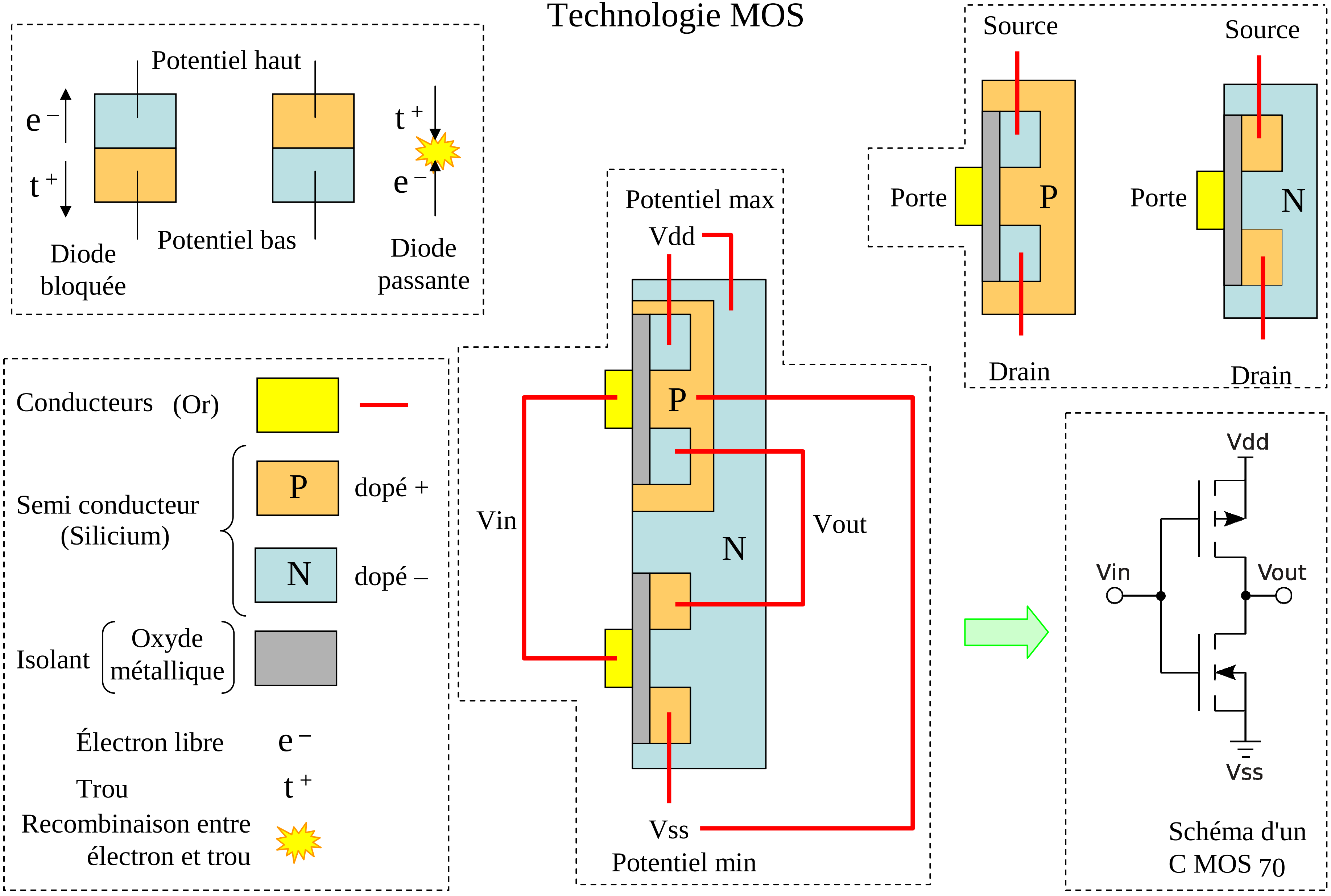
Technologie MOS



Montage MOS complémetaire (CMOS)

Horloges artificielles

Technologie MOS



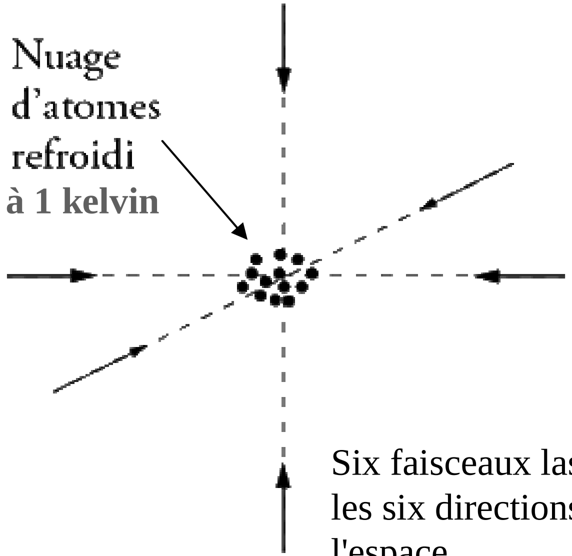
https://stringfixer.com/fr/CMOS

Horloges artificielles

Atome

Température de fusion de la glace = 0°c = 273,15 kelvins

Température d'ébullition de l'eau = 100°c = 373,15 kelvins



Six faisceaux laser dans les six directions de l'espace

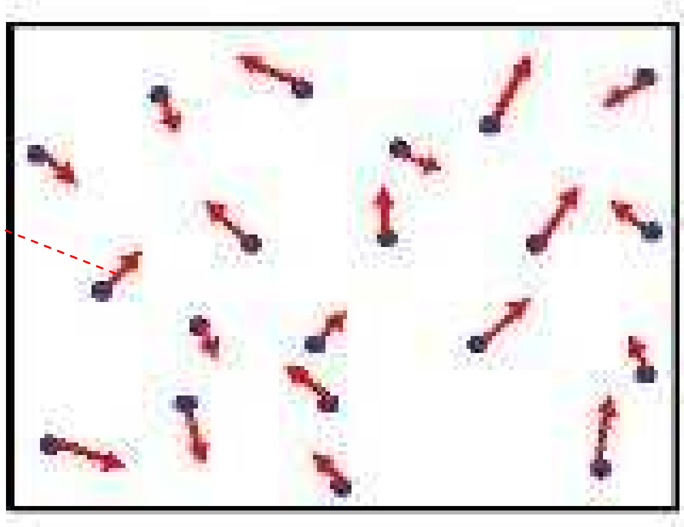
Horloges artificielles

Atome

La température d’une assemblée d’atomes correspond à l’agitation, dite thermique, qui y règne : elle est liée aux vitesses microscopiques que conservent les atomes, malgré l’immobilité apparente de l’assemblée à l’échelle macroscopique.

Mouvement brownien dans un gaz mono atomique

Flèche du vecteur vitesse d'un atome



Pas d'orientationprivilégiée de la flèche vitesse (isotropie)

http://gede.enpc.fr/Programme/fiche.aspx?param=M:1PHYS

Horloges artificielles

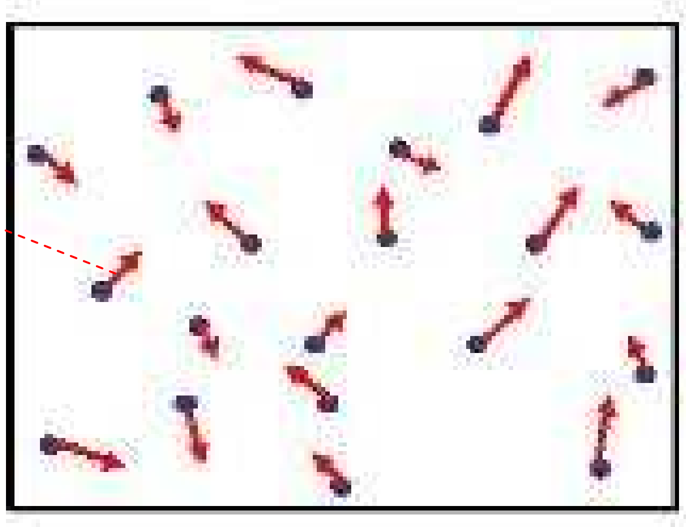
Atome

La température d'une assemblée d'atomes correspond à l'agitation, dite thermique, qui y règne : elle est liée aux vitesses microscopiques que conservent les atomes, malgré l'immobilité apparente de l'assemblée à l'échelle macroscopique.

→ Seuil de définition : la visibilité au microscope optique (0,01 µm)

Mouvement brownien dans un gaz mono atomique

Flèche du vecteur vitesse d'un atome



Pas d'orientationprivilégiée de la flèche vitesse (isotropie)

http://gede.enpc.fr/Programme/fiche.aspx?param=M:1PHYS

Horloges artificielles

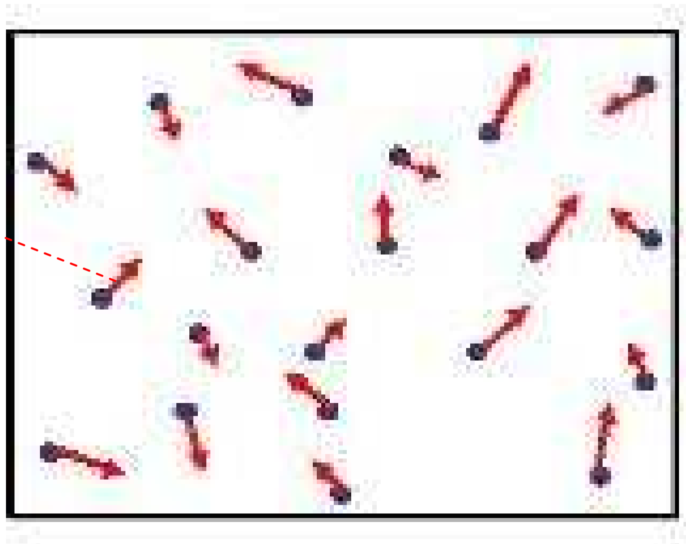
Atome

La température d'une assemblée d'atomes correspond à l'agitation, dite thermique, qui y règne : elle est liée aux vitesses microscopiques que conservent les atomes, malgré l'immobilité apparente de l'assemblée à l'échelle macroscopique.

→ Seuil de définition : la visibilité au microscope optique

La statistique de Maxwell et Boltzmann modélise une description de la répartition des vitesses des atomes

Flèche du vecteur
vitesse d'un atome



http://gede.enpc.fr/Programme/fiche.aspx?param=M:1PHYS

https://fr.wikipedia.org/wiki/Refroidissement_d%27atomes_par_laser

Horloges artificielles

Atome

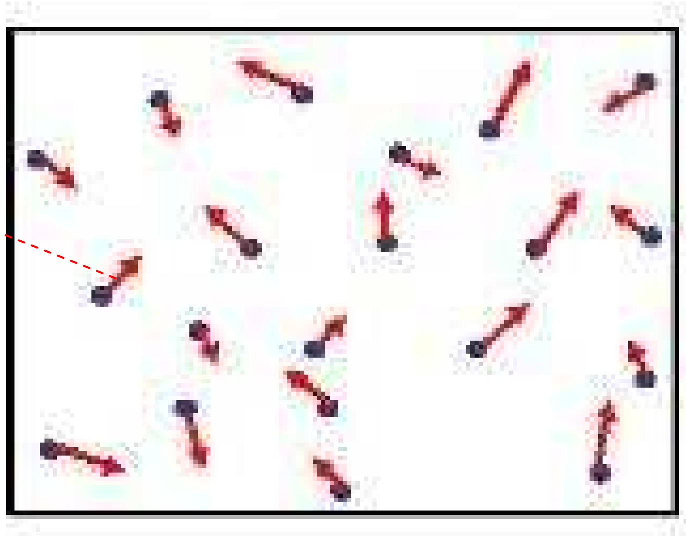
La température d'une assemblée d'atomes correspond à l'agitation, dite thermique, qui y règne : elle est liée aux vitesses microscopiques que conservent les atomes, malgré l'immobilité apparente de l'assemblée à l'échelle macroscopique.

Seuil de définition : la visibilité au microscope optique

La statistique de Maxwell et Boltzmann modélise une description de la répartition des vitesses des atomes

C'est comme si chaque atome possède l'énergie cinétique $m\, V^2 / 2 = 3\, k\, T / 2$

Flèche du vecteur vitesse d'un atome



http://gede.enpc.fr/Programme/fiche.aspx?param=M:1PHYS

https://fr.wikipedia.org/wiki/Refroidissement_d%27atomes_par_laser

Horloges artificielles

Atome

La température d’une assemblée d’atomes correspond à l’agitation, dite thermique, qui y règne : elle est liée aux vitesses microscopiques que conservent les atomes, malgré l’immobilité apparente de l’assemblée à l’échelle macroscopique.

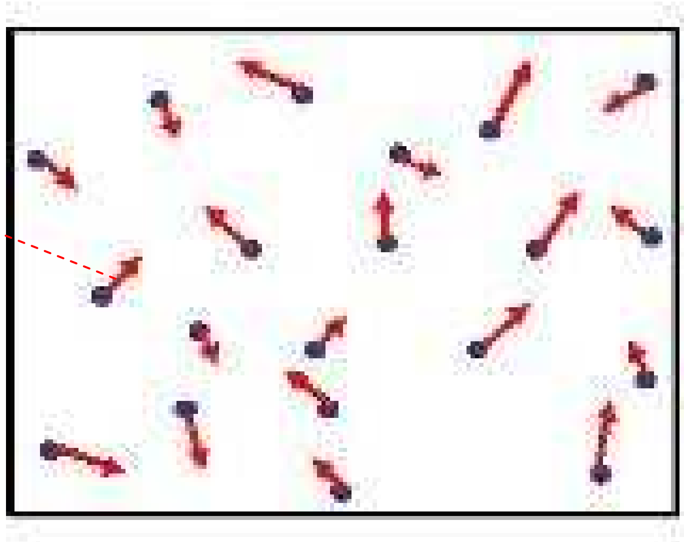
→ Seuil de définition : la visibilité au microscope optique

La statistique de Maxwell et Boltzmann modélise une description de la répartition des vitesses des atomes

C'est comme si chaque atome possède l'énergie cinétique $m\,V^2 / 2 = 3\,k\,T / 2$

Pour atteindre des températures proches du zéro absolu il faut faire tendre vers zéro les vitesses V des atomes.

Flèche du vecteur
vitesse d'un atome



http://gede.enpc.fr/Programme/fiche.aspx?param=M:1PHYS

https://fr.wikipedia.org/wiki/Refroidissement_d%27atomes_par_laser

Horloges artificielles

Atome

La température d’une assemblée d’atomes correspond à l’agitation, dite thermique, qui y règne : elle est liée aux vitesses microscopiques que conservent les atomes, malgré l’immobilité apparente de l’assemblée à l’échelle macroscopique.

Seuil de définition : la visibilité au microscope optique

https://fr.wikipedia.org/wiki/Refroidissement_d%27atomes_par_laser

Horloges artificielles

Atome

La température d’une assemblée d’atomes correspond à l’agitation, dite thermique, qui y règne : elle est liée aux vitesses microscopiques que conservent les atomes, malgré l’immobilité apparente de l’assemblée à l’échelle macroscopique.

→ Seuil de définition : la visibilité au microscope optique

C'est comme si chaque atome possède l'énergie cinétique $m\, v^2 / 2 = 3\, k\, T / 2$

Température en kelvins
(0 K = – 273,15 °C) :
T **K** = θ **°C** + 273,15

https://fr.wikipedia.org/wiki/Refroidissement_d%27atomes_par_laser

Horloges artificielles

Atome

La température d’une assemblée d’atomes correspond à l’agitation, dite thermique, qui y règne : elle est liée aux vitesses microscopiques que conservent les atomes, malgré l’immobilité apparente de l’assemblée à l’échelle macroscopique.

→ Seuil de définition : la visibilité au microscope optique

Une description de la répartition des vitesses des atomes par la statistique de Maxwell-Boltzmann ?

C'est comme si chaque atome possède l'énergie cinétique $m\,v^2 / 2 = 3\,k\,T / 2$

Pour atteindre des températures proches du zéro absolu il faut faire tendre vers zéro les vitesses v des atomes.

https://fr.wikipedia.org/wiki/Refroidissement_d%27atomes_par_laser

Horloges artificielles

Atome

La température d'une assemblée d'atomes correspond à l'agitation, dite thermique, qui y règne : elle est liée aux vitesses microscopiques que conservent les atomes, malgré l'immobilité apparente de l'assemblée à l'échelle macroscopique.

→ Seuil de définition : la visibilité au microscope optique

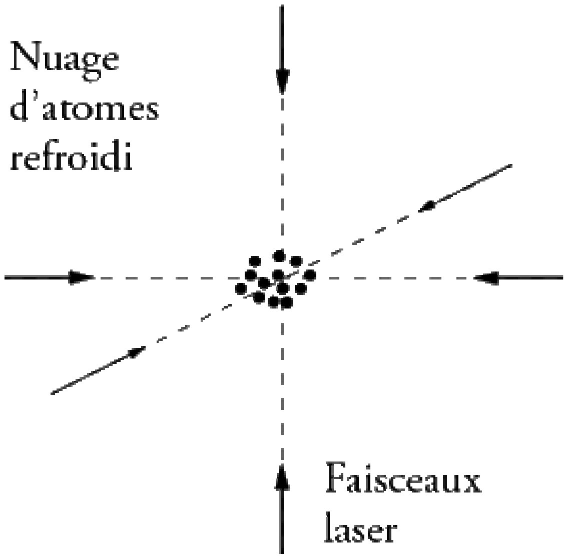
Une description de la répartition des vitesses des atomes par la statistique de Maxwell-Boltzmann ?

C'est comme si chaque atome possède l'énergie cinétique $m\,v^2 / 2 = 3\,k\,T / 2$

Pour atteindre des températures proches du zéro absolu il faut faire tendre vers zéro les vitesses v des atomes.

Un atome circulant à la vitesse V_a par rapport à un axe a reçoit la lumière laser a affectée du décalage Doppler

$$\lambda_R = V_a\,T_S + \lambda_S$$



Dès qu'un atome bouge, un des six faisceaux laser le ralentit

https://fr.wikipedia.org/wiki/Refroidissement_d%27atomes_par_laser

Horloges artificielles

Atome

La température d’une assemblée d’atomes correspond à l’agitation, dite thermique, qui y règne : elle est liée aux vitesses microscopiques que conservent les atomes, malgré l’immobilité apparente de l’assemblée à l’échelle macroscopique.

→ Seuil de définition : la visibilité au microscope optique

Une description de la répartition des vitesses des atomes par la statistique de Maxwell-Boltzmann ?

C'est comme si chaque atome possède l'énergie cinétique $m\, v^2 / 2 = 3\, k\, T / 2$

Pour atteindre des températures proches du zéro absolu il faut faire tendre vers zéro les vitesses v des atomes.

Un atome circulant à la vitesse V_a par rapport à un axe a reçoit la lumière laser a affectée du décalage Doppler

longueur d'onde reçue par l'atome → $\lambda_R = V_a\, T_S + \lambda_S$

Composante de la vitesse de l'atome

Période du laser

longueur d'onde du laser

https://fr.wikipedia.org/wiki/Refroidissement_d%27atomes_par_laser

Horloges artificielles

Atome

La température d'une assemblée d'atomes correspond à l'agitation, dite thermique, qui y règne : elle est liée aux vitesses microscopiques que conservent les atomes, malgré l'immobilité apparente de l'assemblée à l'échelle macroscopique.

→ Seuil de définition : la visibilité au microscope optique

Une description de la répartition des vitesses des atomes par la statistique de Maxwell-Boltzmann ?

C'est comme si chaque atome possède l'énergie cinétique $m\, v^2 / 2 = 3\, k\, T / 2$

Pour atteindre des températures proches du zéro absolu il faut faire tendre vers zéro les vitesses v des atomes.

Un atome circulant à la vitesse V_a par rapport à un axe a reçoit la lumière laser a affectée du décalage Doppler

longueur d'onde reçue par l'atome → $\lambda_R = V_a\, T_S + \lambda_S$

Composante de la vitesse de l'atome

Période du laser

longueur d'onde du laser

Rappel : $\nu = c / \lambda$

Si l'atome absorbe un photon de ce laser la loi de Planck donne $E_{exc} - E_{fond} = h \dfrac{1}{V_a\, T_S + \lambda_S}$

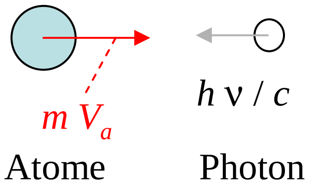
https://fr.wikipedia.org/wiki/Refroidissement_d%27atomes_par_laser

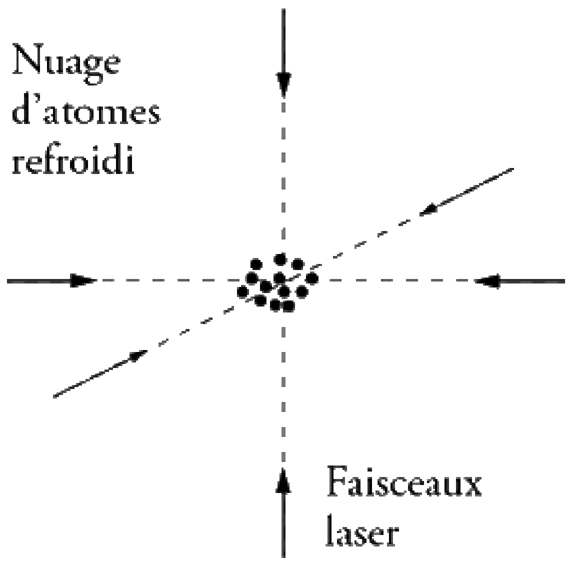
Horloges artificielles

Atome

Impulsions

Avant l'absorption





Dès qu'un atome bouge, un des six faisceaux laser le ralentit

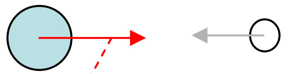
Si l'atome absorbe un photon de ce laser la loi de Planck donne $E_{exc} - E_{fond} = h \dfrac{1}{V_a\, T_S + \lambda_S}$

Horloges artificielles

Atome

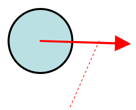
Impulsions

Avant l'absorption

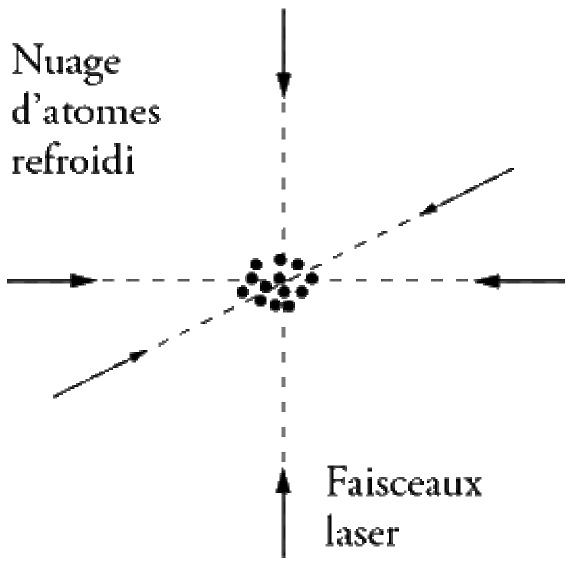


$m\,V_a$ $\quad h\,\nu\,/\,c$

Après l'absorption



$m\,V_a - h\,\nu\,/\,c =$ nouvelle $m\,V_a$



Dès qu'un atome bouge, un des six faisceaux laser le ralentit

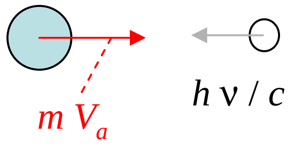
Si l'atome absorbe un photon de ce laser la loi de Planck donne $E_{exc} - E_{fond} = h\,\dfrac{1}{V_a\,T_S + \lambda_S}$

Horloges artificielles

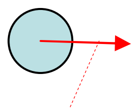
Atome

Impulsions

Avant l'absorption

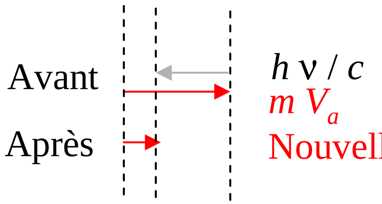


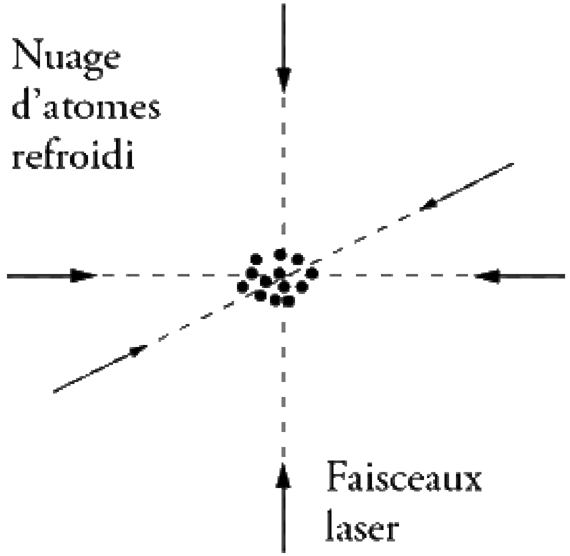
Après l'absorption



$m\,V_a - h\,\nu\,/\,c =$ nouvelle $m\,V_a$

Bilan





Dès qu'un atome bouge, un des six faisceaux laser le ralentit

L'atome a ralenti !

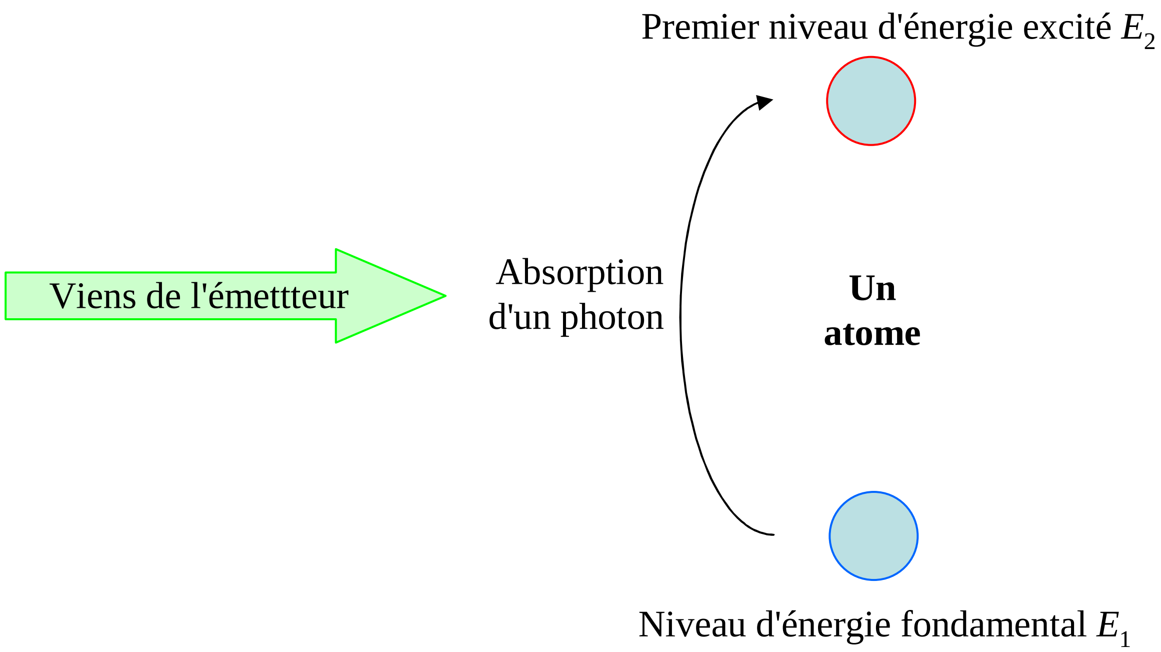
Si l'atome absorbe un photon de ce laser la loi de Planck donne $E_{exc} - E_{fond} = h \dfrac{1}{V_a\, T_S + \lambda_S}$

Horloges artificielles

Atome

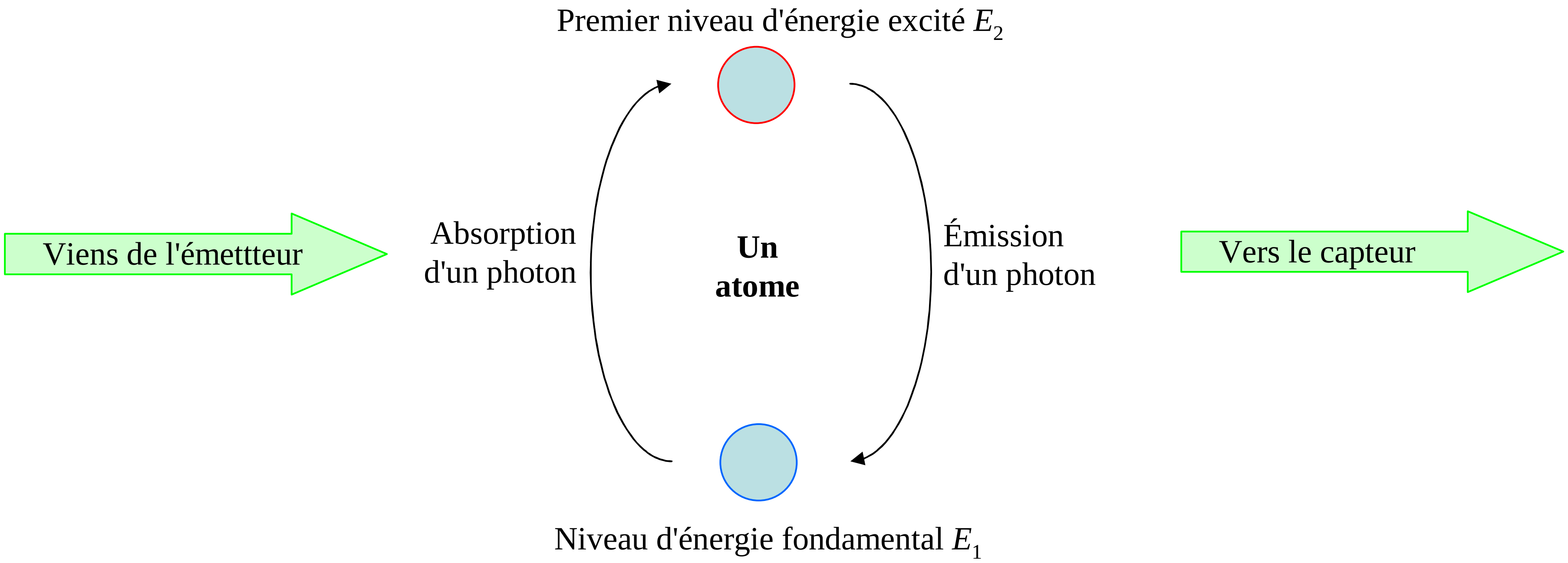
Horloges artificielles

Atome



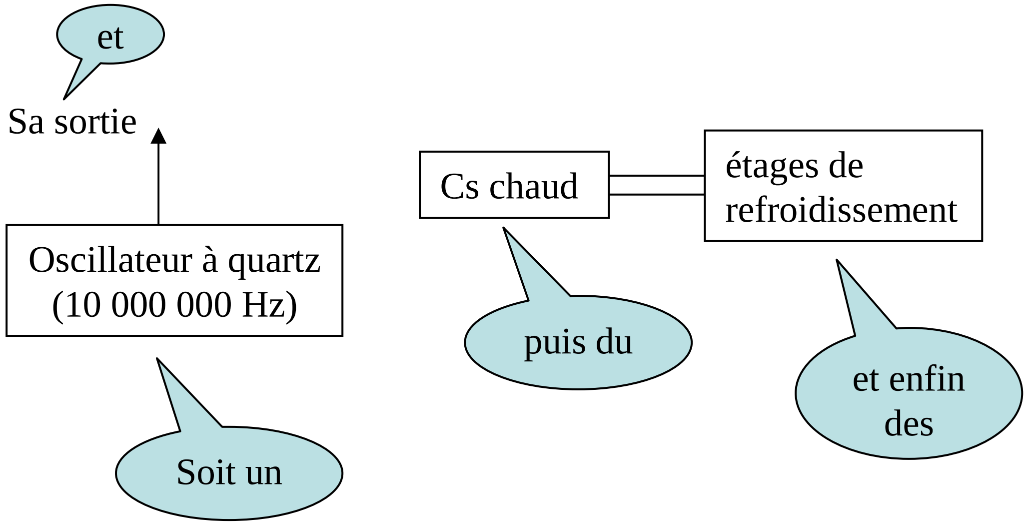
Horloges artificielles

Atome



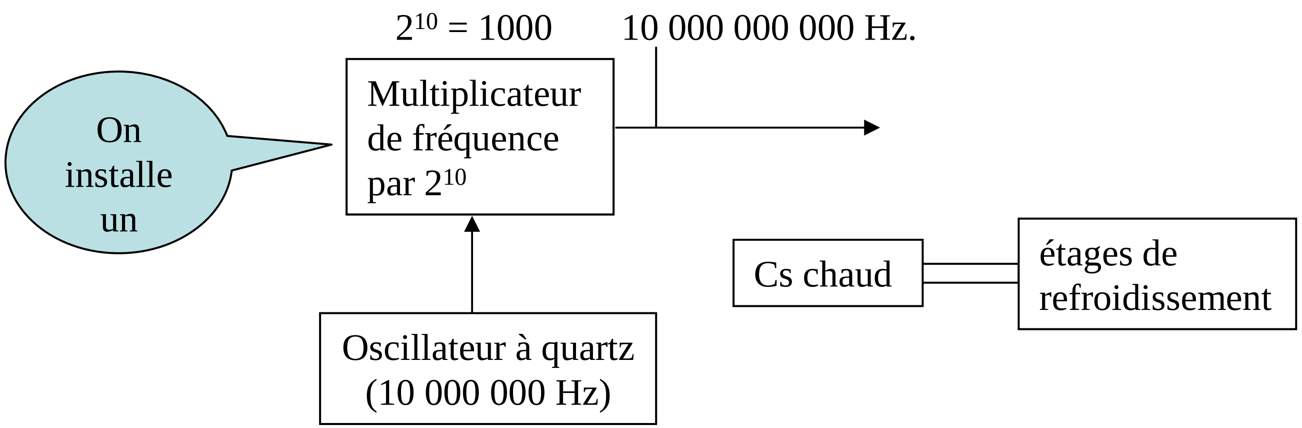
Horloge atomique

à atomes froids de césium



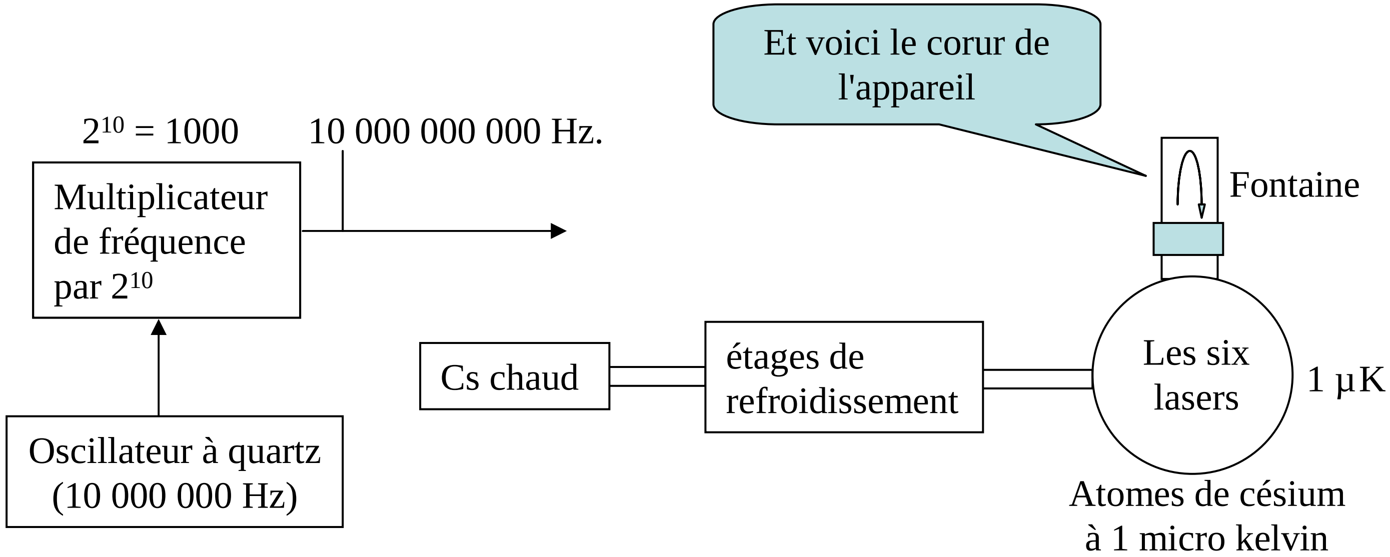
Horloges atomiques

à atomes froids de césium



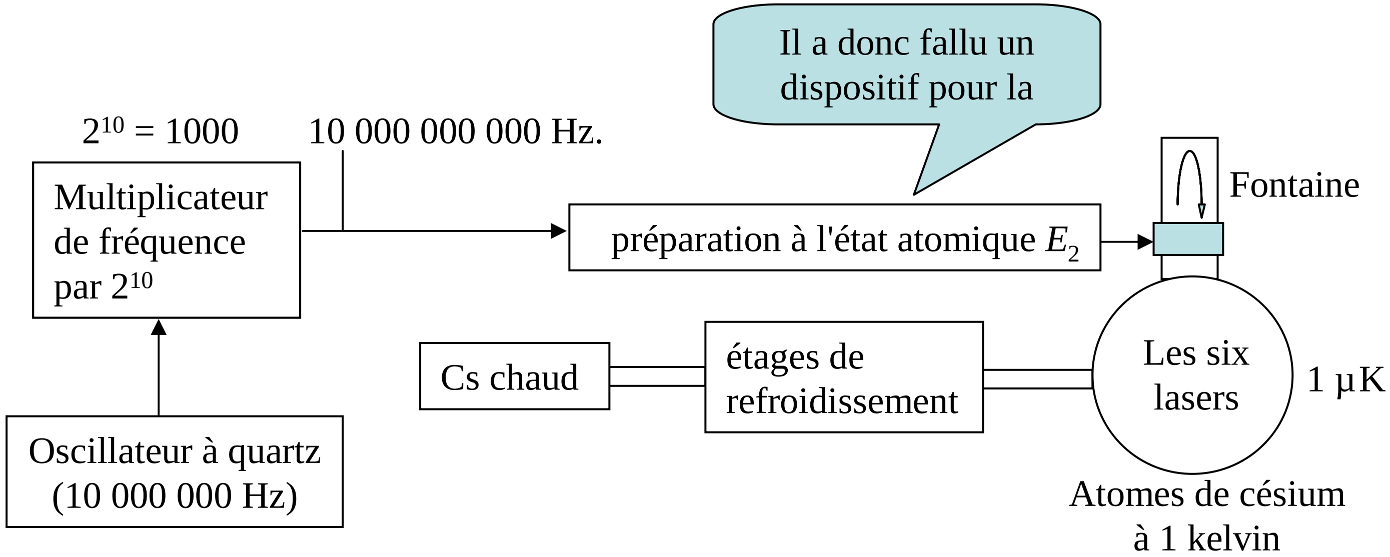
Horloges atomiques

Atomes froids de césium



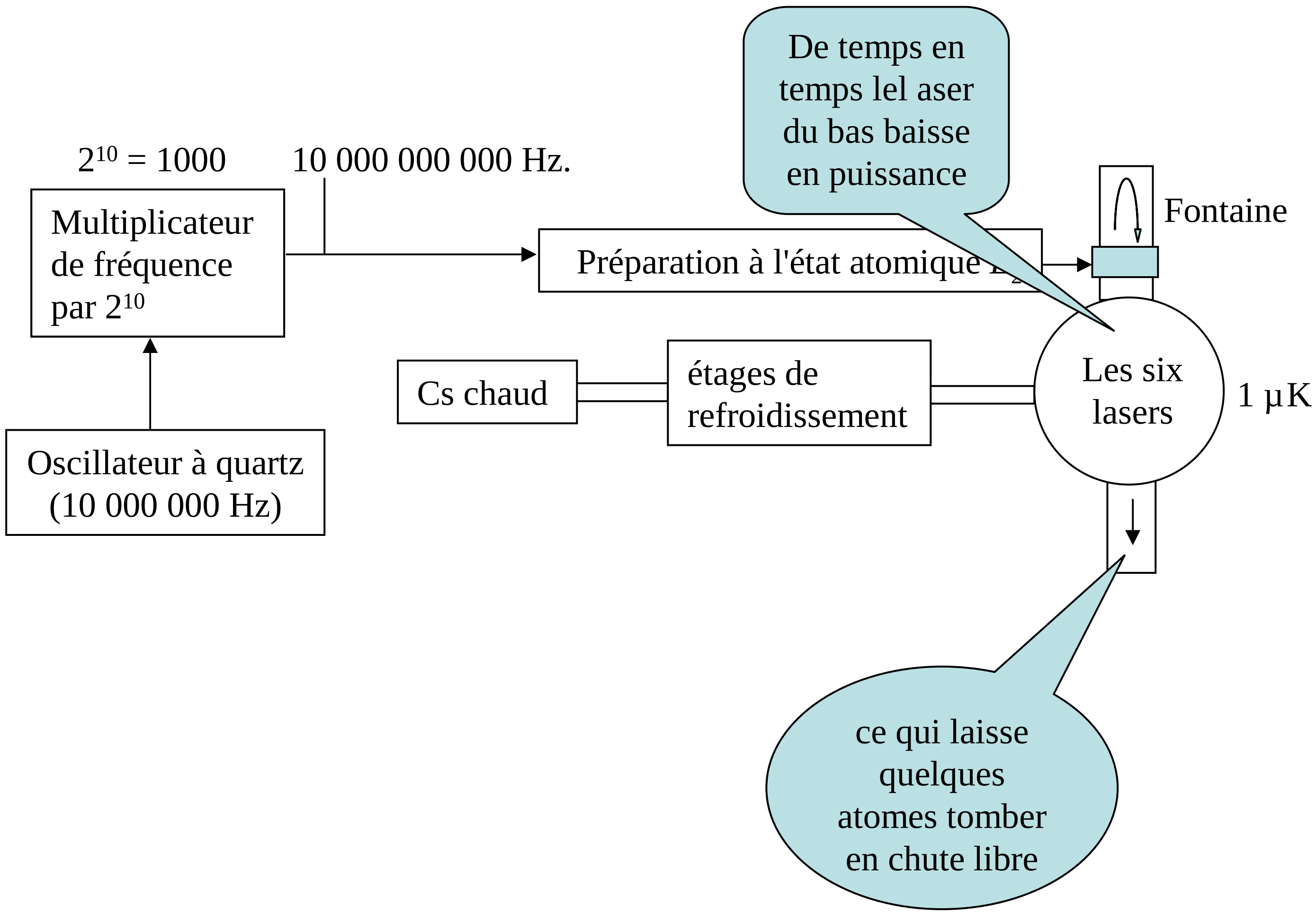
Horloges atomiques

Atomes froids de césium



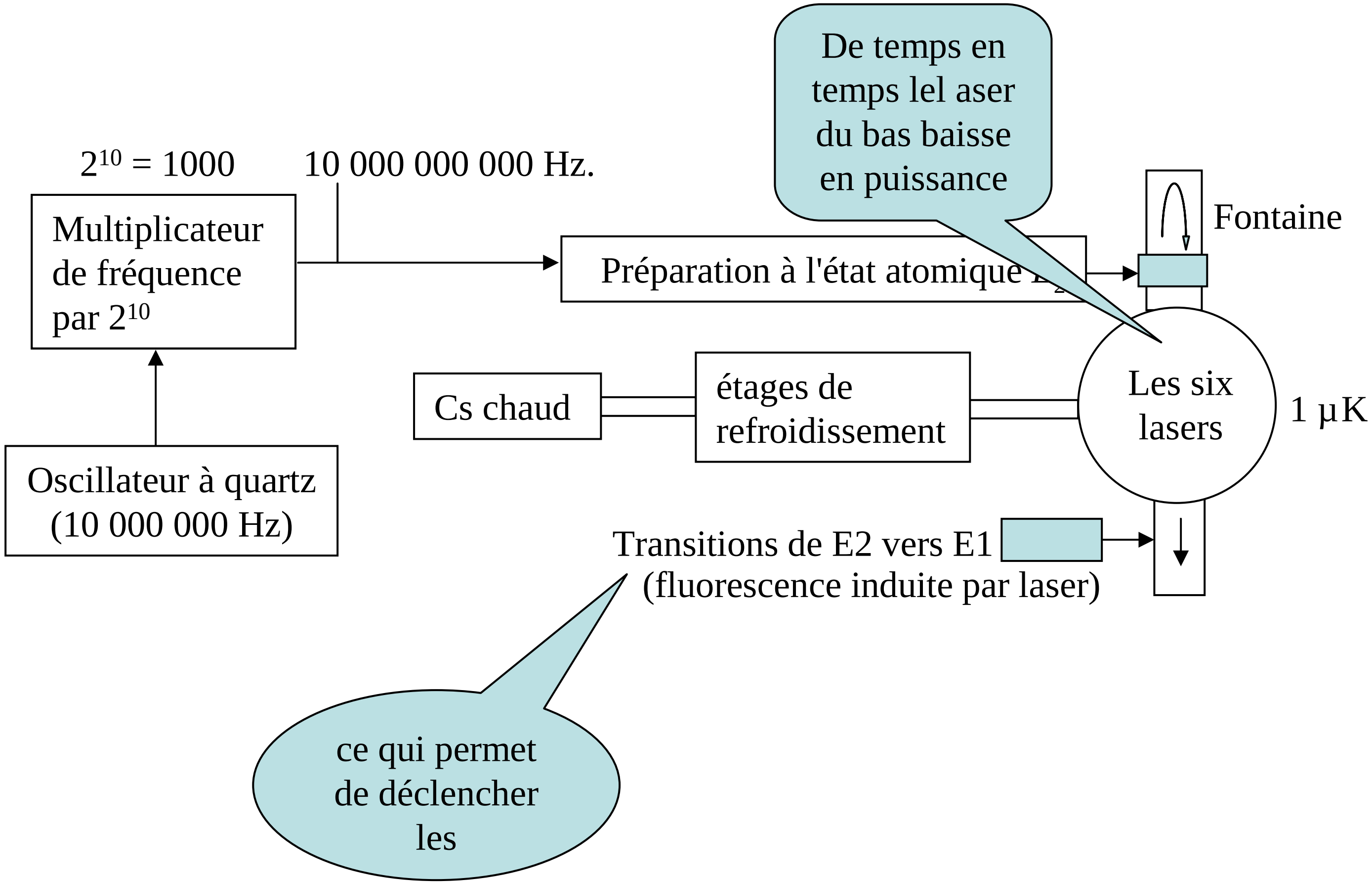
Horloges atomiques

Atomes froids de césium



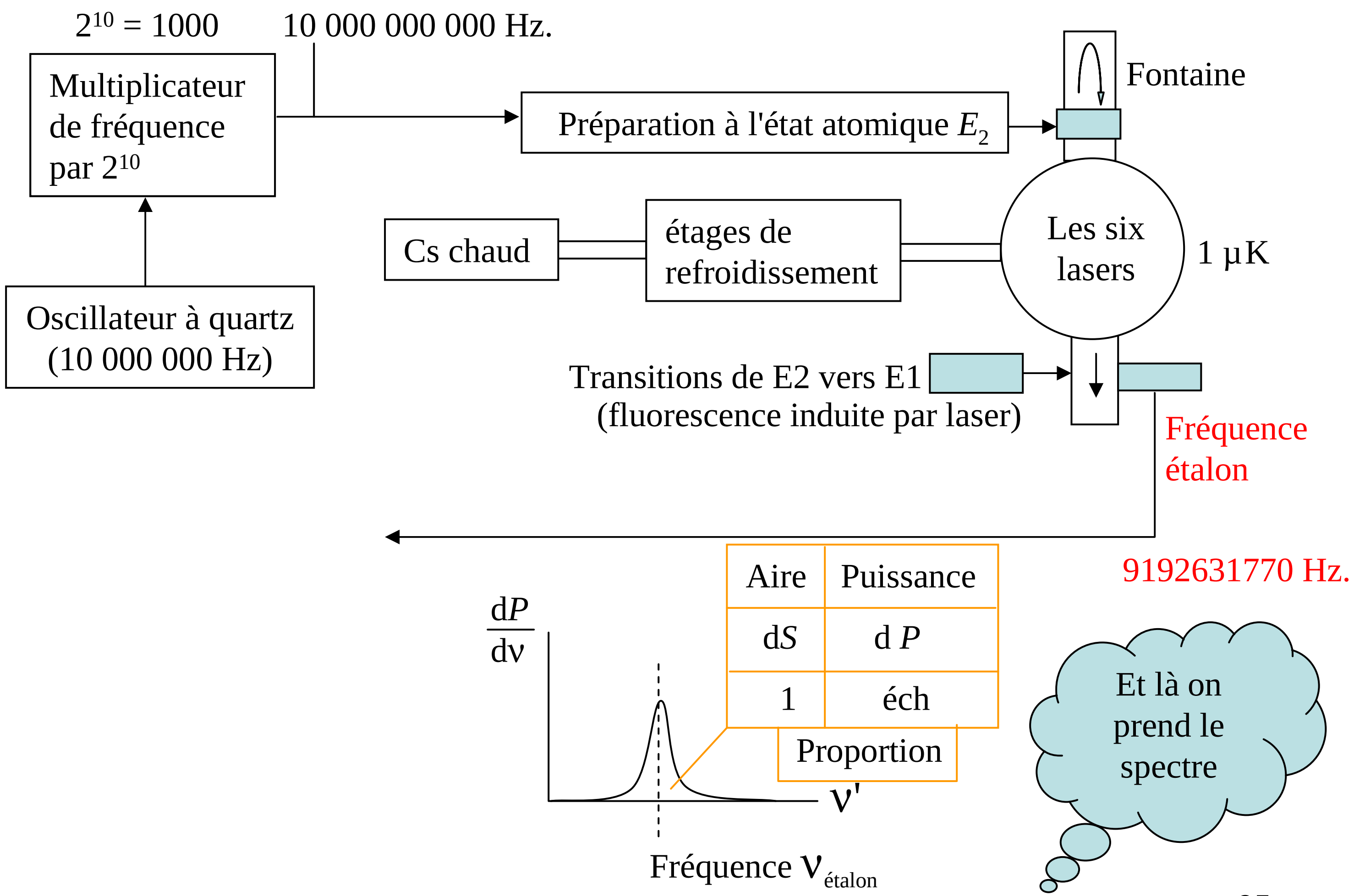
Horloges atomiques

Atomes froids de césium



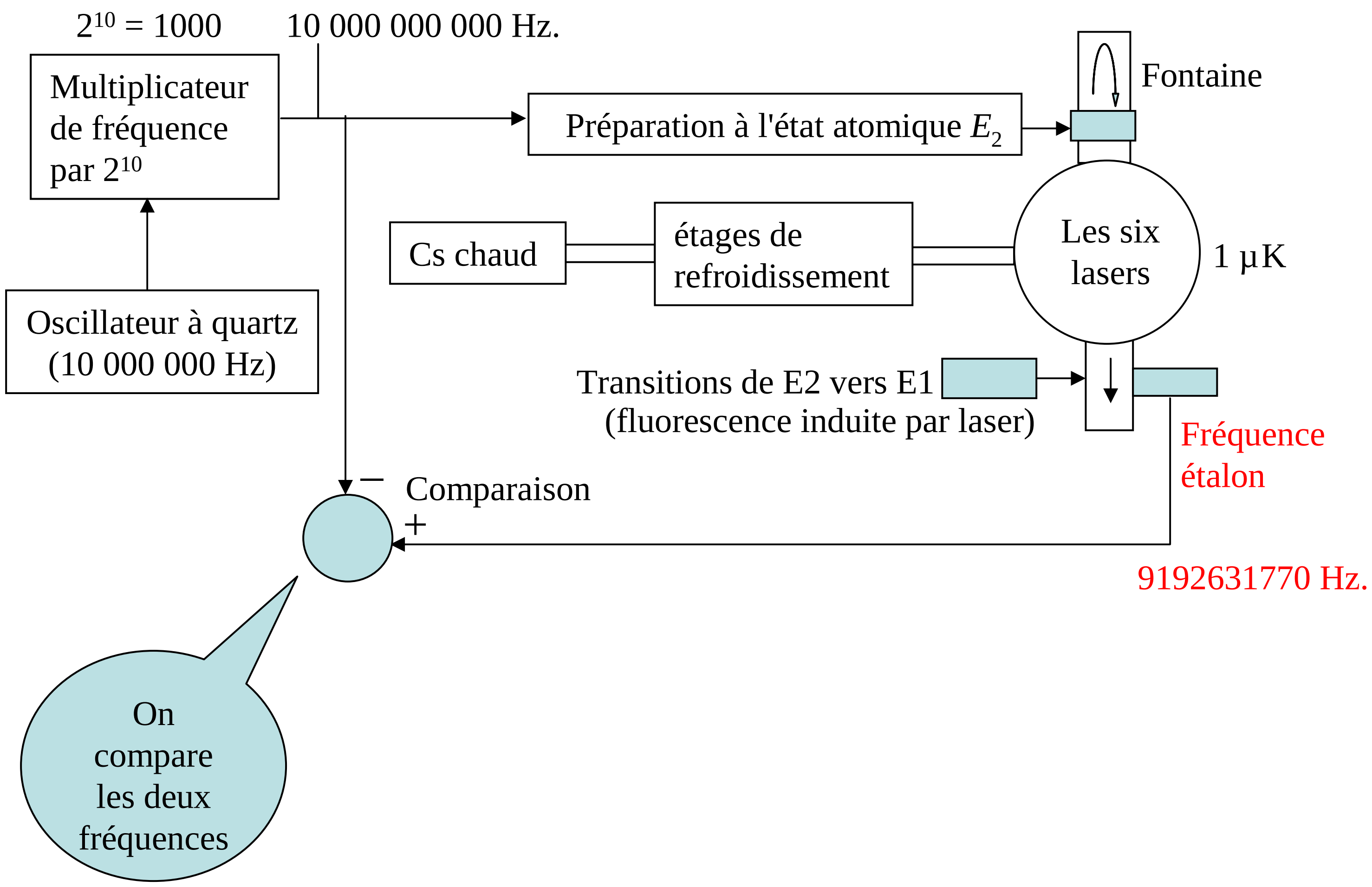
Horloges atomiques

Atomes froids de césium



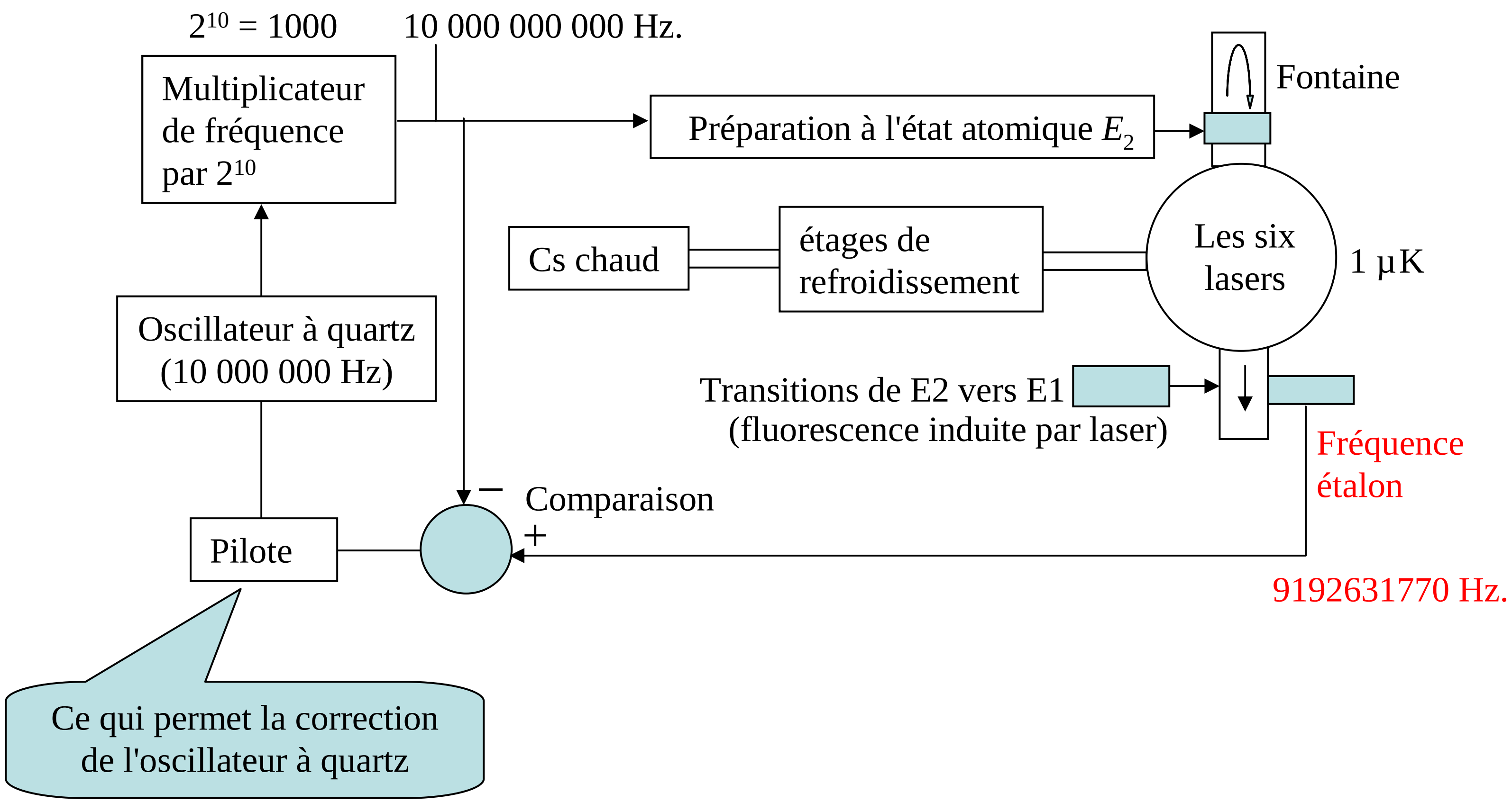
Horloges atomiques

Atomes froids de césium



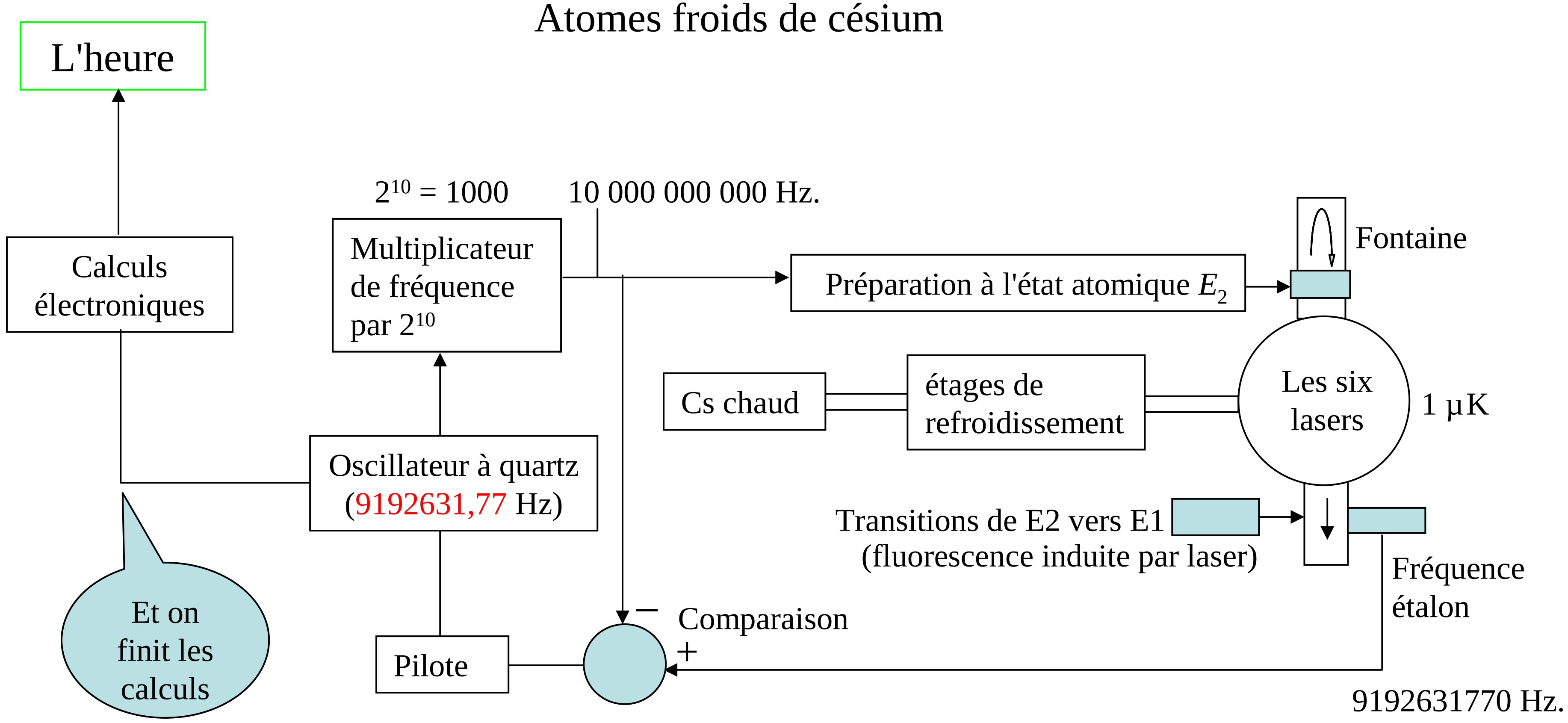
Horloges atomiques

Atomes froids de césium



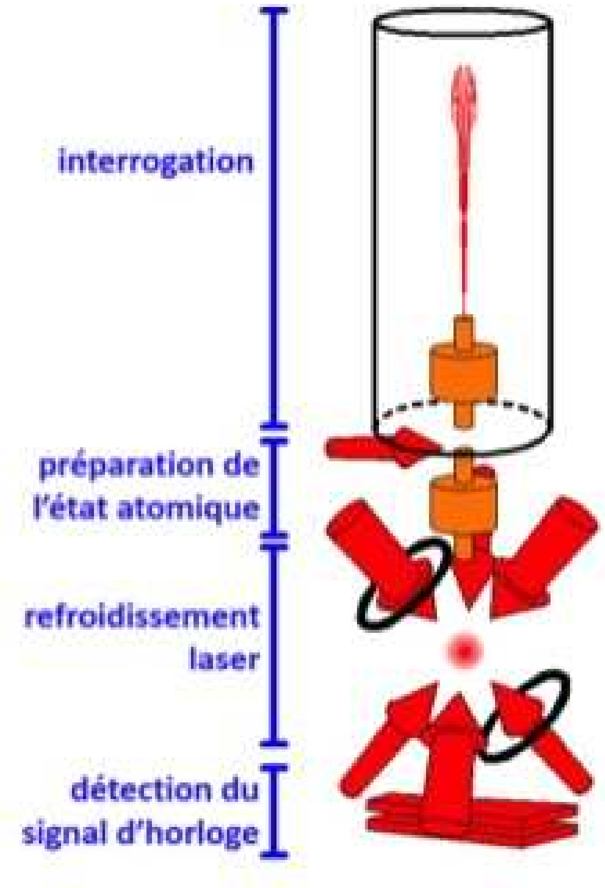
Horloges atomiques

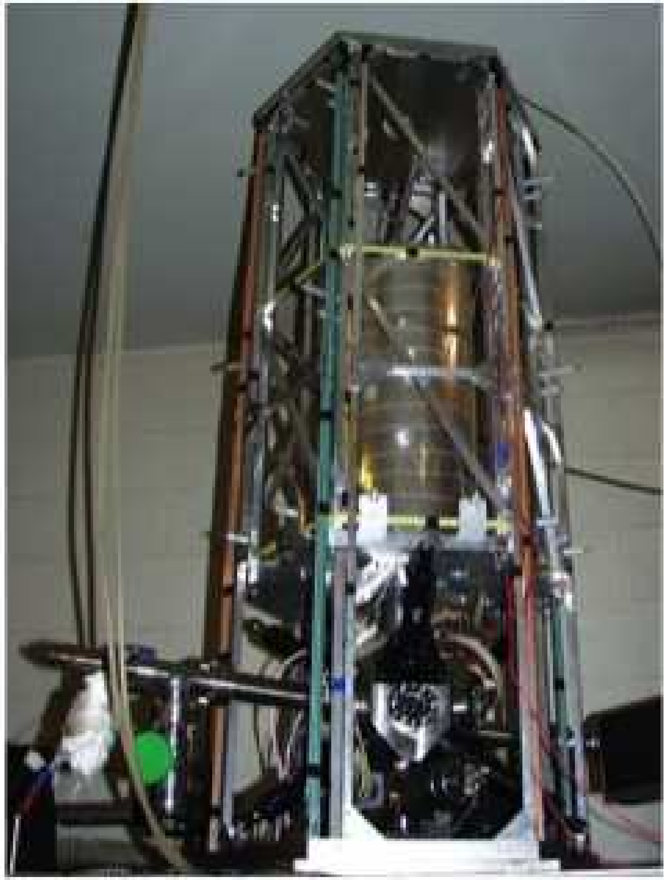
Atomes froids de césium



Horloges atomiques

Atomes froids de césium





Fontaine à atomes froids du SYRTE

https://first-tf.fr/recherche-valorisation/science-technologie/horloges-atomiques/fontaines-a-atomes-froids/

Les référentiels

- Tout mouvement est perceptible par rapport à celui qui le regarde.

Les référentiels

- Tout mouvement est perceptible par rapport à celui qui le regarde.
- Son corps est un référentiel :

Les référentiels

- Tout mouvement est perceptible par rapport à celui qui le regarde.
- Son corps est un référentiel :
- La position et l'état interne des yeux et de son cerveau localisent dans l'espace

Les référentiels

- Tout mouvement est perceptible par rapport à celui qui le regarde.
- Son corps est un référentiel :
- La position et l'état interne des yeux et de son cerveau localisent dans l'espace
- L'horloge interne donne une impression du temps qui passe

Les référentiels

- Tout mouvement est perceptible par rapport à celui qui le regarde.
- Son corps est un référentiel :
- La position et l'état interne des yeux et de son cerveau localisent dans l'espace
- L'horloge interne donne une impression du temps qui passe
- Le géomètre définit trois axes à partir de son environnement qu'il perçoit comme fixe,

Les référentiels

- Tout mouvement est perceptible par rapport à celui qui le regarde.
- Son corps est un référentiel :
- La position et l'état interne des yeux et de son cerveau localisent dans l'espace
- L'horloge interne donne une impression du temps qui passe
- Le géomètre définit trois axes à partir de son environnement qu'il perçoit comme fixe,
- Il acquiert (voire fabrique) une horloge

Les référentiels

- Tout mouvement est perceptible par rapport à celui qui le regarde.
- Son corps est un référentiel :
- La position et l'état interne des yeux et celui du cerveau localisent dans l'espace
- L'horloge interne donne une impression du temps qui passe
- Le géomètre définit trois axes à partir de son environnement qu'il perçoit comme fixe,
- Il acquiert (voire fabrique) une horloge
- Celui qui regarde vient de créer un référentiel artificiel

Les référentiels

- Tout mouvement est perceptible par rapport à celui qui le regarde.
- Son corps est un référentiel :
- La position et l'état interne des yeux et celui du cerveau localisent dans l'espace
- L'horloge interne donne une impression du temps qui passe
- Le géomètre définit trois axes à partir de son environnement qu'il perçoit comme fixe,
- Il acquiert (voire fabrique) une horloge
- Celui qui regarde vient de créer un référentiel artificiel
- Mais il peut assi en créer d'autres, soit changer de référentiel

Les référentiels

- Tout mouvement est perceptible par rapport à celui qui le regarde.
- Son corps est un référentiel :
- La position et l'état interne des yeux et celui du cerveau localisent dans l'espace
- L'horloge interne donne une impression du temps qui passe
- Le géomètre définit trois axes à partir de son environnement qu'il perçoit comme fixe,
- Il acquiert (voire fabrique) une horloge
- Celui qui regarde vient de créer un référentiel artificiel
- Mais il peut assi en créer d'autres, soit changer de référentiel
- Il peut même en imaginer un par lieu de l'espace à chaque instant.

Les référentiels

- Un référentiel est donc trois axes et une horloge.

Les référentiels

- Un référentiel est donc trois axes et une horloge.
- Les trois axes donnent la position abscisse *x*, ordonnée *y* et cote *z*.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Les référentiels

- Un référentiel est donc trois axes et une horloge.
- Les trois axes donnent la position abscisse x, ordonnée y et cote z.
- Parfois on les numérote

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}$$

Note : les raisons de mettre en position exposant les numéros des coordonnées en rematività générale ne seront pas justifiées dans cet atelier.

Les référentiels

- Un référentiel est donc trois axes et une horloge.
- Les trois axes donnent la position abscisse *x*, ordonnée *y* et cote *z*.
- Parfois on les numérote
- ou encore (x^i).

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}$$

Note : les raisons de mettre en position exposant les numéros des coordonnées en remativité générale ne seront pas justifiées dans cet atelier.

Les référentiels

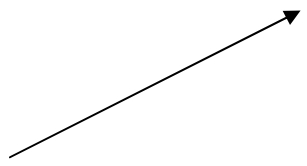
- Un référentiel est donc trois axes et une horloge.
- Les trois axes donnent la position abscisse x, ordonnée y et cote z.
- Parfois on les numérote $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}$
- ou encore (x^i).
- Compte tenu du temps, on passe de trois composantes à quatre

$$\begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}$$

Note : les raisons de mettre en position exposant les numéros des coordonnées en rematività générale seront justifiées plus loin dans ce diaporama..

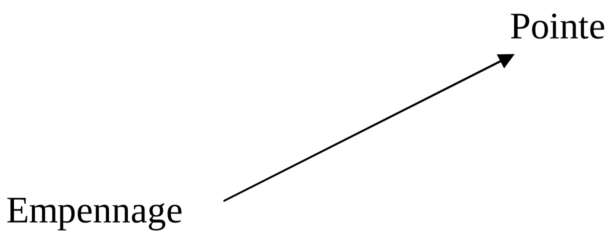
Flèches et vecteur

- Une flèche est localisée



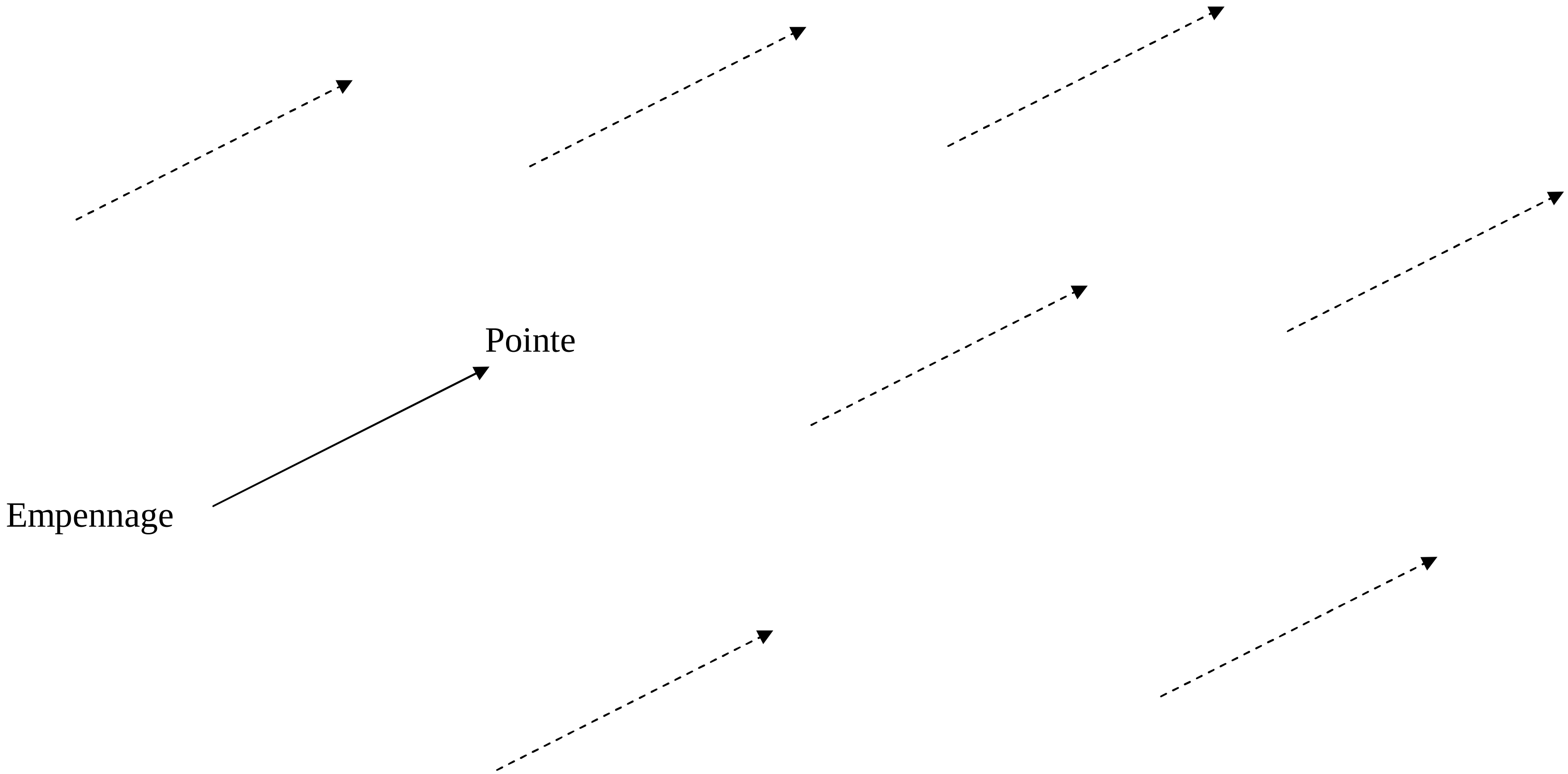
Flèches et vecteur

- Une flèche est localisée
- Elle a un empennage et une pointe



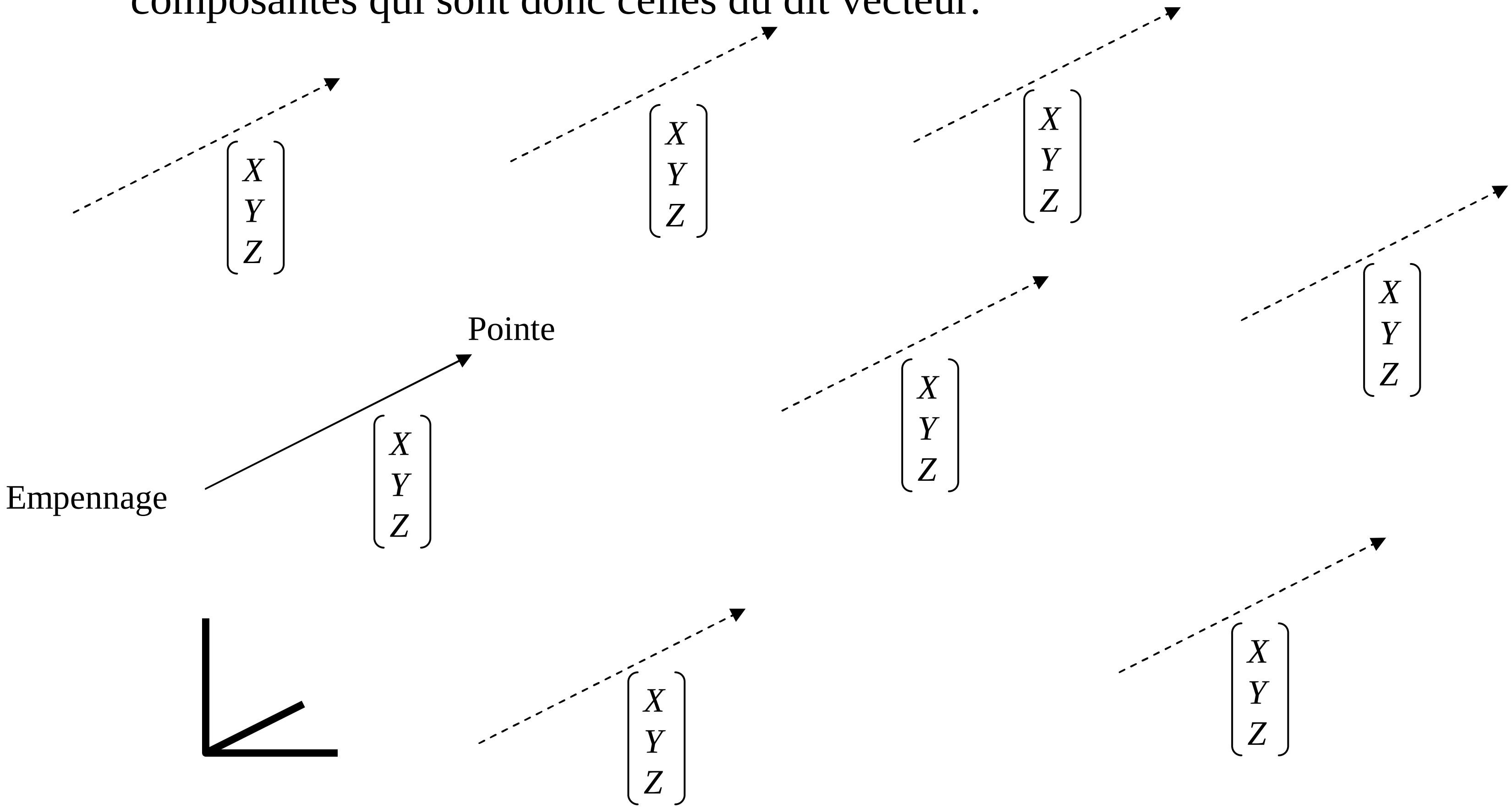
Flèches et vecteur

- Une flèche est localisée
- Elle a un empennage et une pointe
- Tout ensemble de flèches identiques à une flèche donnée s'appelle un vecteur



Flèches et vecteur

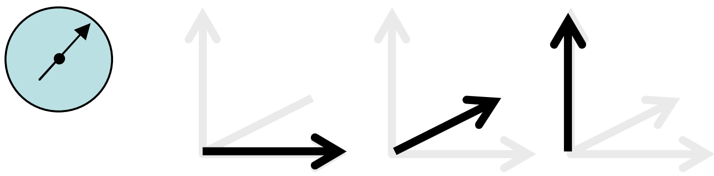
- Une flèche est localisée
- Elle a un empennage et une pointe
- Tout ensemble de flèches identiques à une flèche donnée s'appelle un vecteur
- Un vecteur n'est pas localisé
- Dans un repère donné, les flèches d'un vecteur donné ont toutes les mêmes composantes qui sont donc celles du dit vecteur.

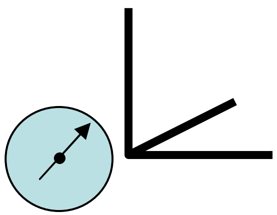


Les vecteurs unitaires

Leurs composantes sont toutes nulles sauf une qui vaut 1

$$\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}$$





Les flèches unitaires

Un vecteur donné est une combinaison linéaire des vecteurs unitaires

$$\begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = x^0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x^1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x^2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x^3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

On résume par cette formule

$$\mathbf{e}_a = \begin{pmatrix} e_a{}^0 \\ e_a{}^1 \\ e_a{}^2 \\ e_a{}^3 \end{pmatrix}$$

$e_a{}^b = 1$ si $a = b$ ou 0 si non.

Les flèches unitaires

Un vecteur donné est une combinaison linéaire des vecteurs unitaires

$$\begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = x^0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x^1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x^2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x^3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

On écrit alors

$$\mathbf{x} = x^0 \ \mathbf{e}_0 + x^1 \ \mathbf{e}_1 + x^2 \ \mathbf{e}_2 + x^3 \ \mathbf{e}_3$$

On résume par cette formule

$$\mathbf{e}_a = \begin{pmatrix} e_a{}^0 \\ e_a{}^1 \\ e_a{}^2 \\ e_a{}^3 \end{pmatrix} \qquad e_a{}^b = 1 \text{ si } a = b \text{ ou } 0 \text{ si non.}$$

Les flèches unitaires

On résume par cette formule

$$\begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = x^0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x^1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x^2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x^3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{e}_a = \begin{pmatrix} e_a{}^0 \\ e_a{}^1 \\ e_a{}^2 \\ e_a{}^3 \end{pmatrix} \qquad e_a{}^b = 1 \text{ si } a = b \text{ ou } 0 \text{ si non.}$$

On écrit alors

Vecteurs unitaires

$$\mathbf{x} = x^0\ \mathbf{e}_0 + x^1\ \mathbf{e}_1 + x^2\ \mathbf{e}_2 + x^3\ \mathbf{e}_3$$

Vecteur donné

Leurs composantes

Les flèches unitaires

$$\begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = x^0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x^1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x^2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x^3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{x} = x^0\ \mathbf{e}_0 + x^1\ \mathbf{e}_1 + x^2\ \mathbf{e}_2 + x^3\ \mathbf{e}_3$$

$\mathbf{x}$ = somme (de $a = 0$ à $a = 3$) des x^a $\mathbf{e}_a$

sous-entendu dans le code des indices muets d'Einstein

On résume par cette formule

$$\mathbf{e}_a = \begin{pmatrix} e_a{}^0 \\ e_a{}^1 \\ e_a{}^2 \\ e_a{}^3 \end{pmatrix} \qquad e_a{}^b = 1 \text{ si } a = b \text{ ou } 0 \text{ si non.}$$

Les flèches unitaires

On résume par cette formule

$$\begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = x^0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x^1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x^2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x^3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{e}_a = \begin{pmatrix} e_a{}^0 \\ e_a{}^1 \\ e_a{}^2 \\ e_a{}^3 \end{pmatrix}$$

$e_a{}^b = 1$ si $a = b$ ou 0 si non.

$$\mathbf{x} = x^0 \ \mathbf{e}_0 + x^1 \ \mathbf{e}_1 + x^2 \ \mathbf{e}_2 + x^3 \ \mathbf{e}_3$$

$\mathbf{x}$ = somme (de $a = 0$ à $a = 3$) des $x^a \ \mathbf{e}_a$

sous-entendu dans le code des
indices muets d'Einstein

$$\mathbf{x} = x^a \ \mathbf{e}_a$$

Les flèches unitaires

$$\begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = x^0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x^1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x^2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x^3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

On résume par cette formule

$$\mathbf{e}_a = \begin{pmatrix} e_a{}^0 \\ e_a{}^1 \\ e_a{}^2 \\ e_a{}^3 \end{pmatrix}$$

$e_a{}^b = 1$ si $a = b$ ou 0 si non.

$$\mathbf{x} = x^0 \; \mathbf{e}_0 + x^1 \; \mathbf{e}_1 + x^2 \; \mathbf{e}_2 + x^3 \; \mathbf{e}_3$$

$\mathbf{x}$ = somme (de $a = 0$ à $a = 3$) des x^a $\mathbf{e}_a$

sous-entendu dans le code des
indices muets d'Einstein

$\mathbf{x} = x^a \; \mathbf{e}_a$ est un vecteur

$x^b = x^a \; e_a{}^b$ sont les composantes de ses flèches

Changer de référentiel

- Toute grandeur physique est exprimée en fonction du lieu et de l'instant.

Changer de référentiel

- Toute grandeur physique est exprimée en fonction du lieu et de l'instant.
- Quelles sont celles qui ne varient pas d'un référentiel à un autre ?

Changer de référentiel

- Toute grandeur physique est exprimée en fonction du lieu et de l'instant.
- Quelles sont celles qui ne varient pas d'un référentiel à un autre ?
- Chez les anciens distances et temps séparément sont invariants.

Changer de référentiel

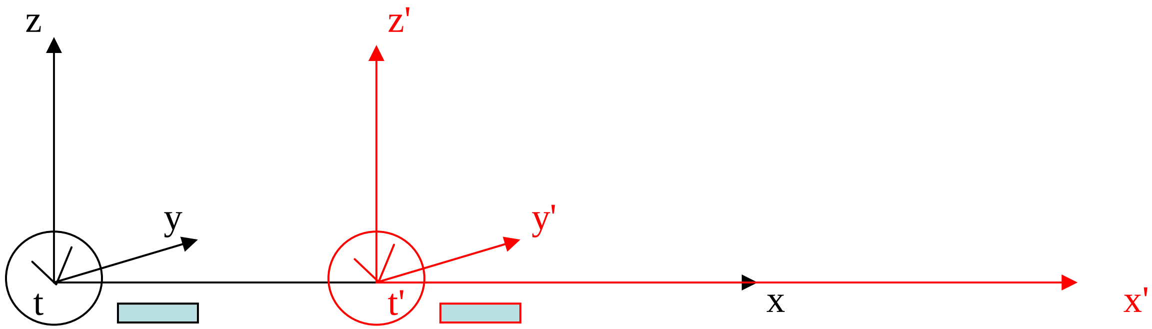
- Toute grandeur physique est exprimée en fonction du lieu et de l'instant.
- Quelles sont celles qui ne varient pas d'un référentiel à un autre ?
- Chez les anciens distances et temps sont séparément invariants.
- Étudions ça de plus près.

Changer de référentiel

- Toute grandeur physique est exprimée en fonction du lieu et de l'instant.
- Quelles sont celles qui ne varient pas d'un référentiel à un autre ?
- Chez les anciens distances et temps sont séparément invariants.
- Étudions ça de plus près.
- Ici, les étalons de longueur sont identiques, les horloges synchrones

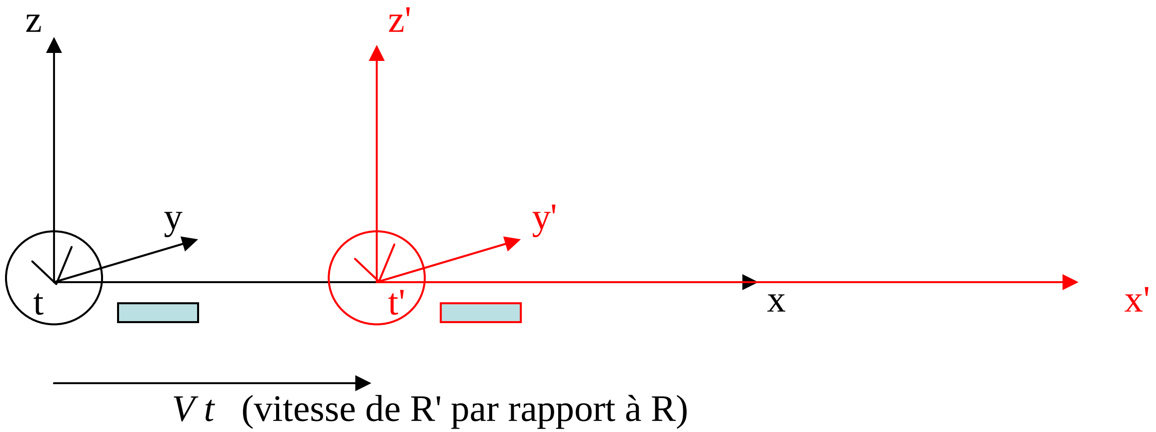
Changer de référentiel

- Toute grandeur physique est exprimée en fonction du lieu et de l'instant.
- Quelles sont celles qui ne varient pas d'un référentiel à un autre ?
- Chez les anciens distances et temps sont séparément invariants.
- Étudions ça de plus près.
- Ici, les étalons de longueur sont identiques, les horloges synchrones
- Et maintenant ?



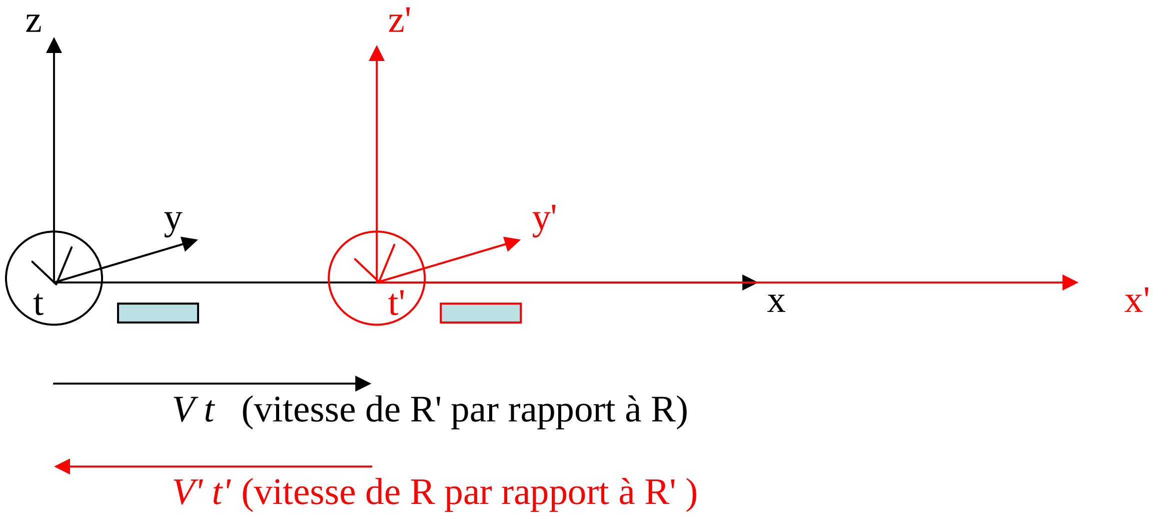
Changer de référentiel

- Toute grandeur physique est exprimée en fonction du lieu et de l'instant.
- Quelles sont celles qui ne varient pas d'un référentiel à un autre ?
- Chez les anciens distances et temps sont séparément invariants.
- Étudions ça de plus près.
- Ici, les étalons de longueur sont identiques, les horloges synchrones
- Et maintenant ?



Changer de référentiel

- Toute grandeur physique est exprimée en fonction du lieu et de l'instant.
- Quelles sont celles qui ne varient pas d'un référentiel à un autre ?
- Chez les anciens distances et temps sont séparément invariants.
- Étudions ça de plus près.
- Ici, les étalons de longueur sont identiques, les horloges synchrones
- Et maintenant ?

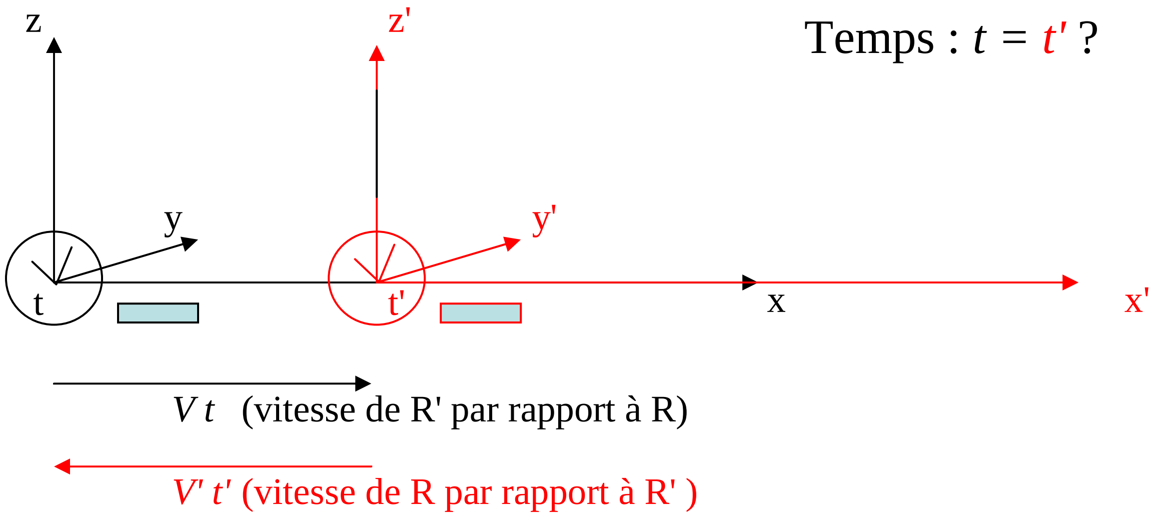


Changer de référentiel

- Toute grandeur physique est exprimée en fonction du lieu et de l'instant.
- Quelles sont celles qui ne varient pas d'un référentiel à un autre ?
- Chez les anciens distances et temps sont séparément invariants.
- Étudions ça de plus près.
- Ici, les étalons de longueur sont identiques, les horloges synchrones
- Et maintenant ?

Longueurs : $V\,t = -\,V'\,t'$?

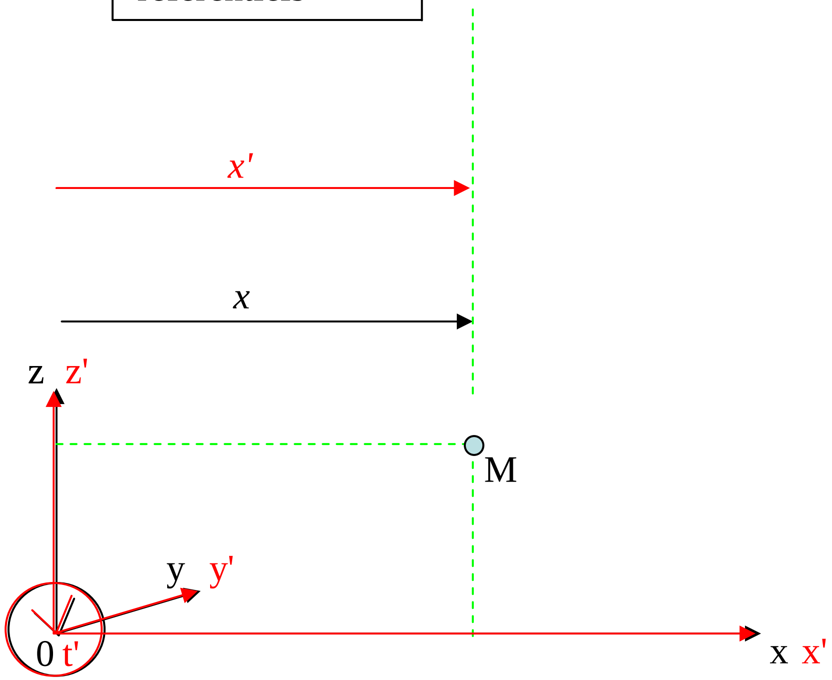
Temps : $t = t'$?



Changer de référentiel

Instant initial $x = x'$

Par superposition des deux référentiels

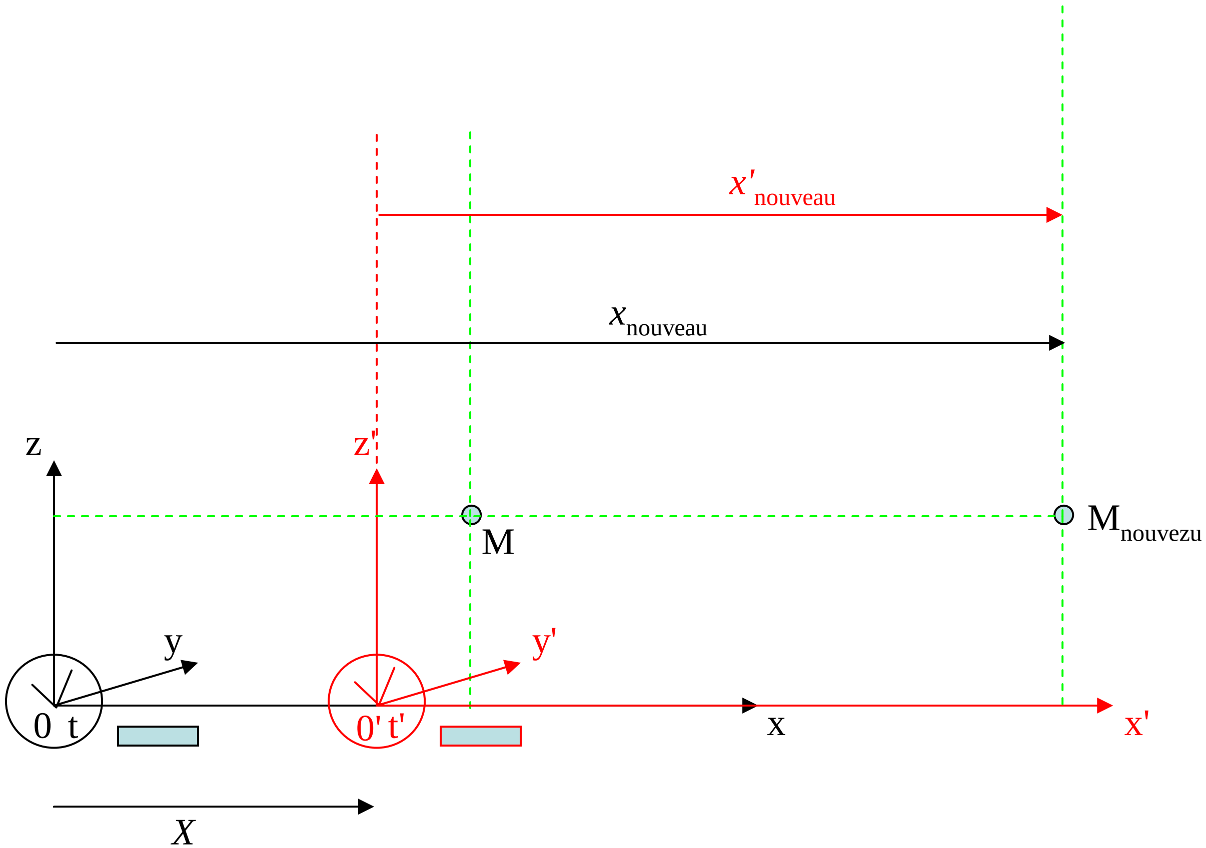


Les horloge sont synchrones.

Les étalons de longueur sont identiques.

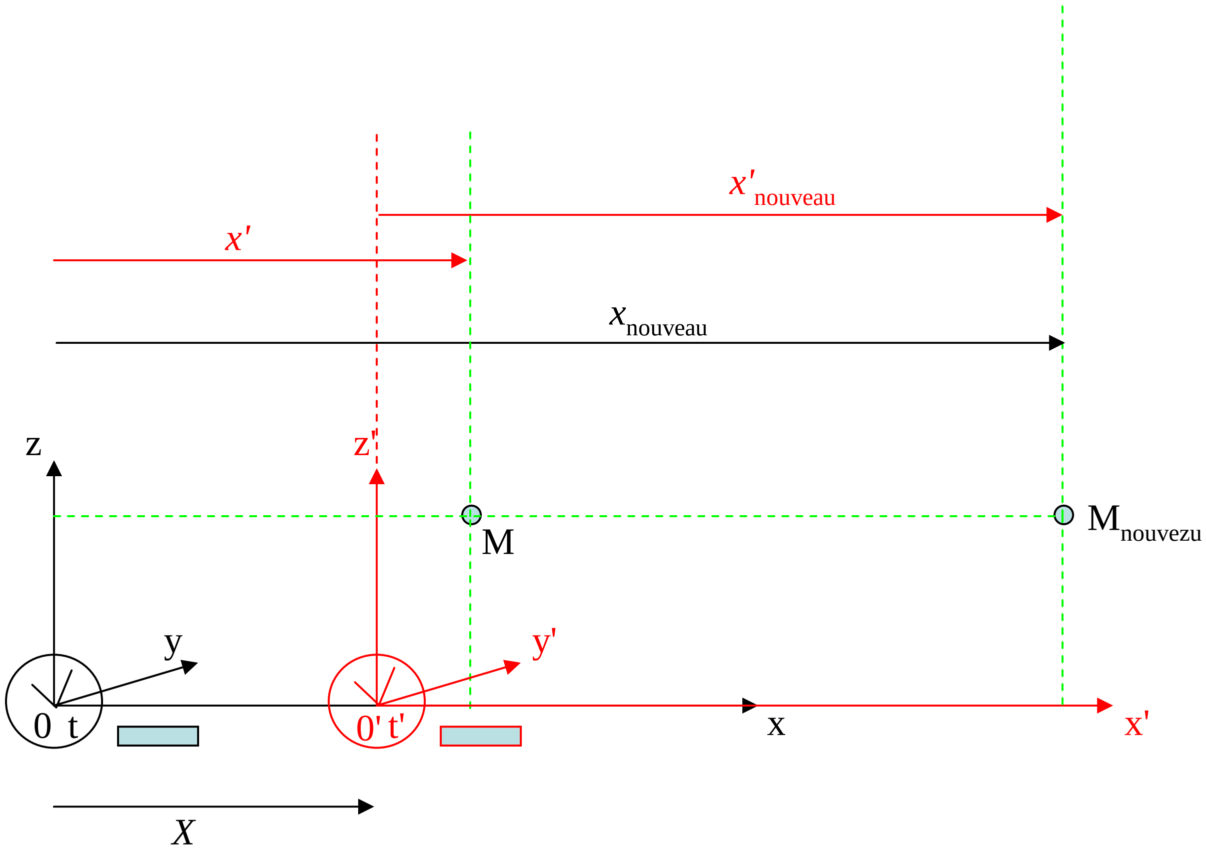
Changer de référentiel

Instant final $x \quad = \quad 0 \quad + \quad x'$



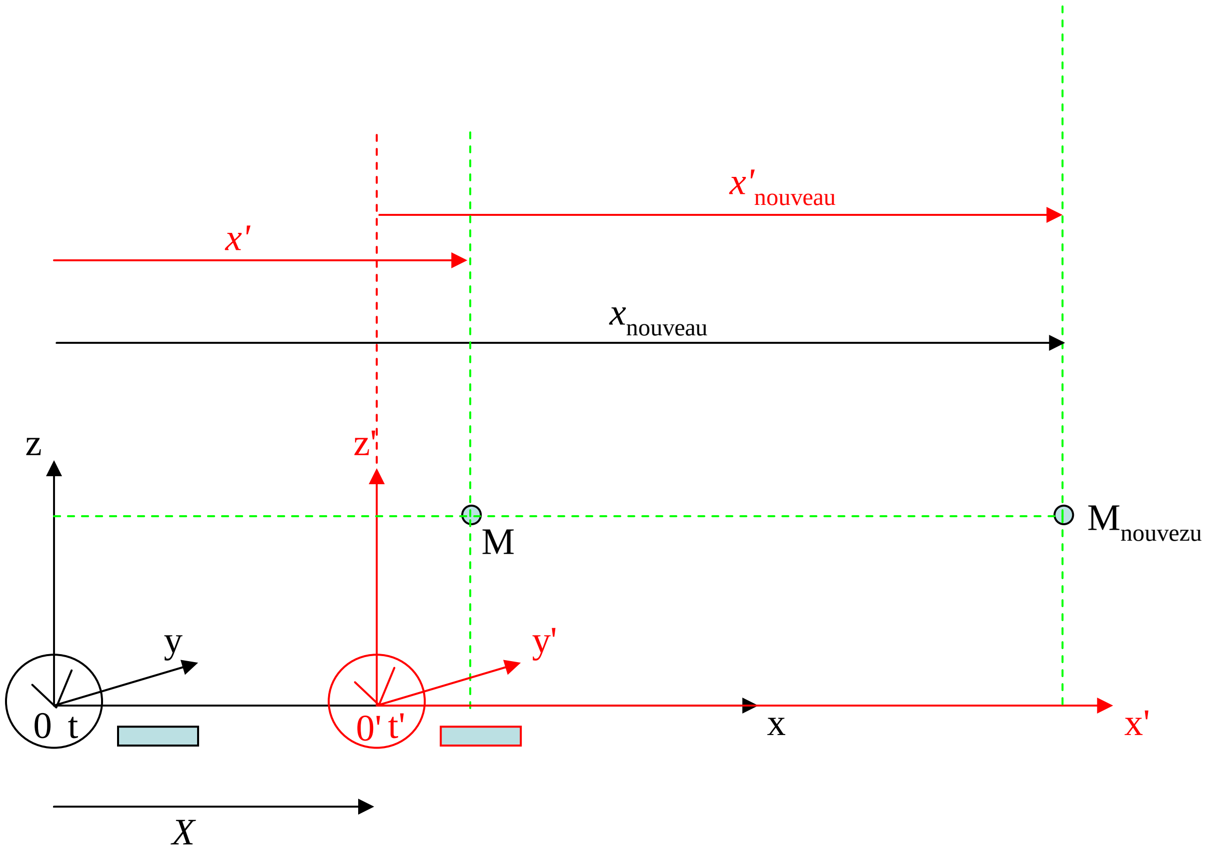
Changer de référentiel

	x_{nouveau}	=	X	+	x'_{nouveau}
Instant final	x	=	0	+	x'



Changer de référentiel

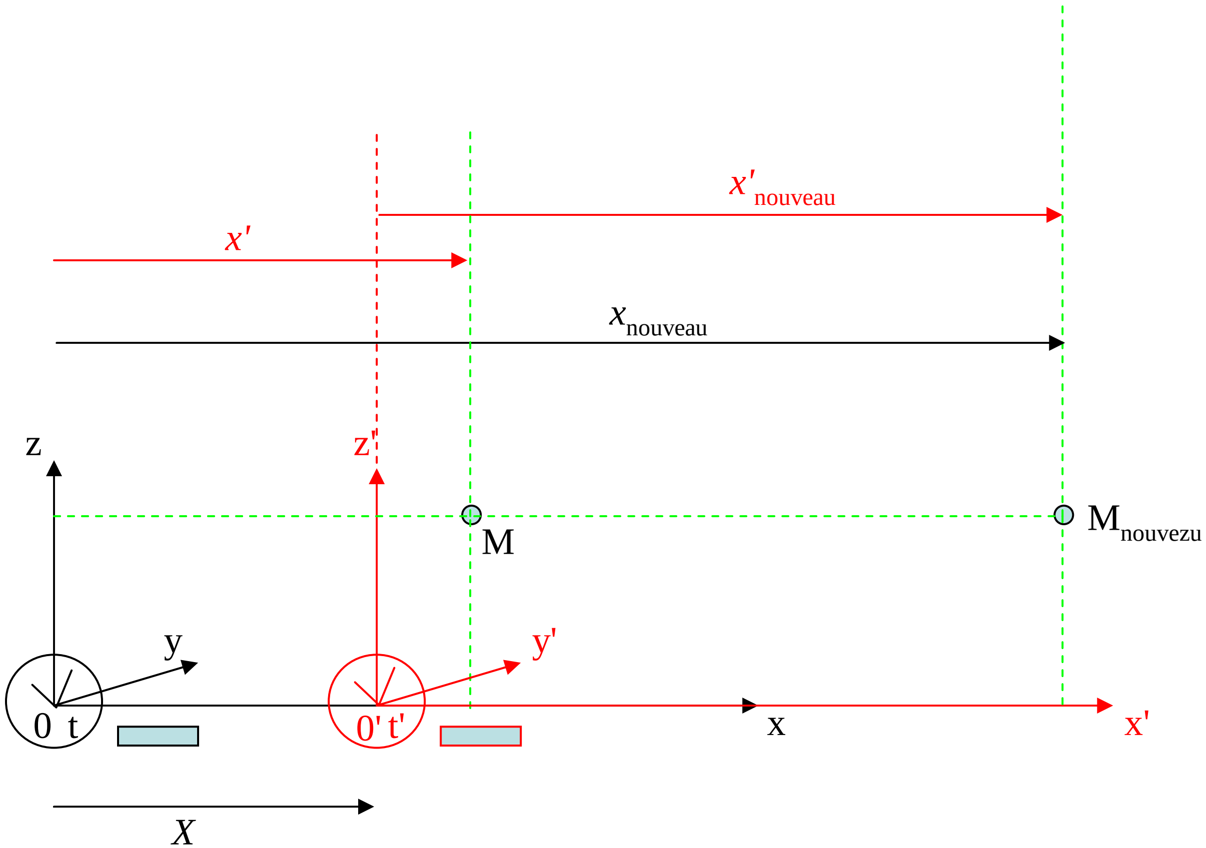
x_{nouveau}	=	X	+	x'_{nouveau}
x	=	0	+	x'
Différence	=	X		$+ (x'_{\text{nouveau}} - x')$



Changer de référentiel

x_{nouveau}	$=$	X	$+$	x'_{nouveau}
x	$=$	0	$+$	x'
Différence	$=$	X		$+\,(x'_{\text{nouveau}} - x')$

$$\frac{x_{\text{nouveau}} - x}{t} = \frac{X}{t} + \frac{x'_{\text{nouveau}} - x'}{t}$$

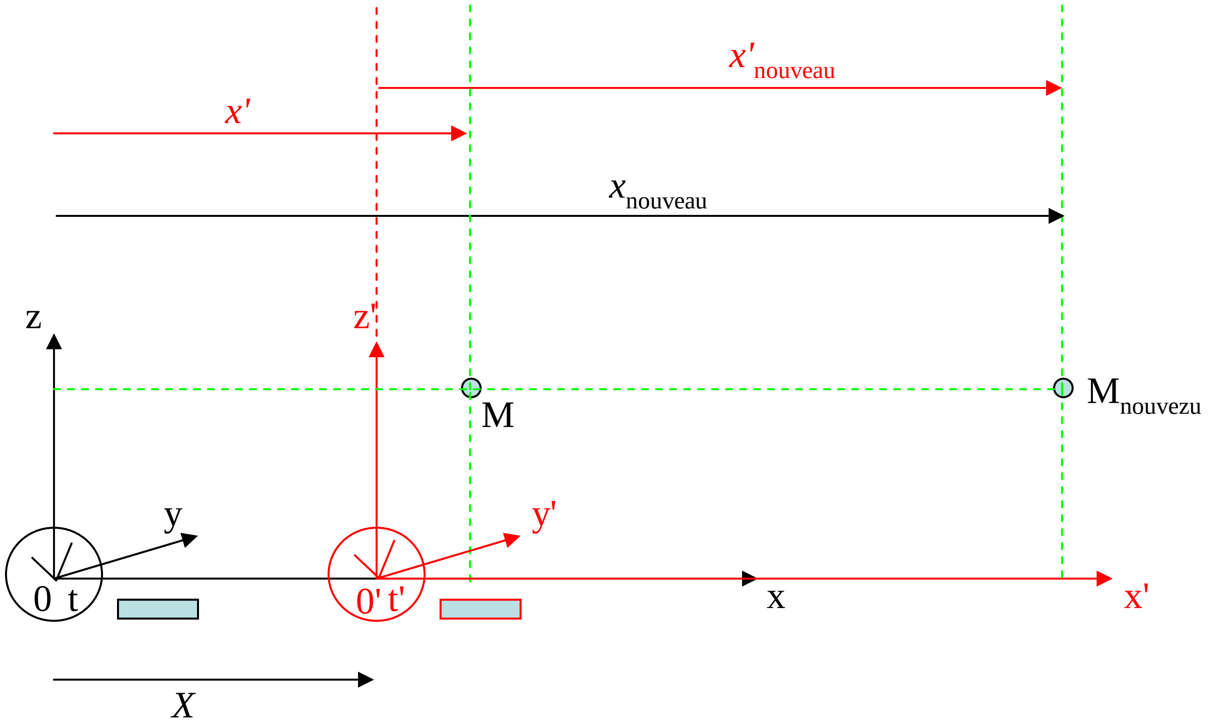


Changer de référentiel

$$\frac{x_{\text{nouveau}} - x}{t} = \frac{X}{t} + \frac{x'_{\text{nouveau}} - x'}{t}$$

ou

$$\frac{x_{\text{nouveau}} - x}{t'} = \frac{X}{t'} + \frac{x'_{\text{nouveau}} - x'}{t'}$$



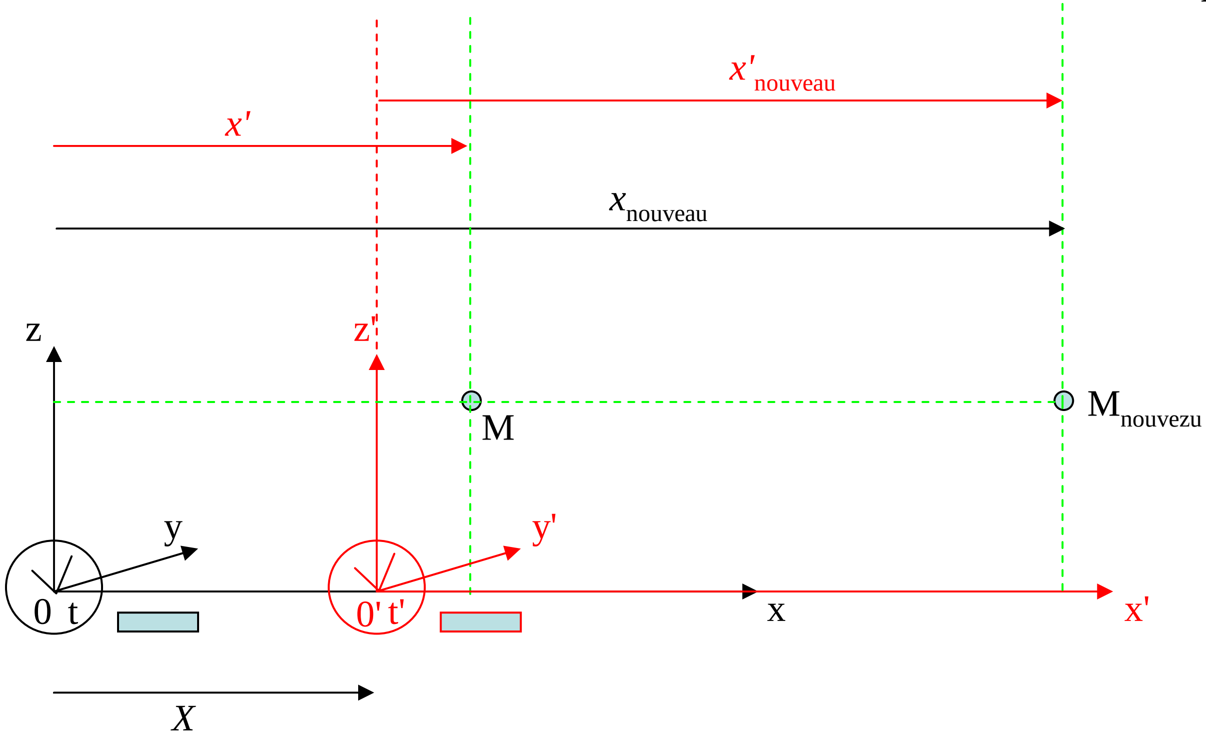
Changer de référentiel

$$\frac{x_{\text{nouveau}} - x}{t} = \frac{X}{t} + \frac{x'_{\text{nouveau}} - x'}{t}$$

ou

$$\frac{x_{\text{nouveau}} - x}{t'} = \frac{X}{t} + \frac{x'_{\text{nouveau}} - x'}{t'}$$

Dans les deux cas, le quotient en rouge n'est pas cohérent …



Changer de référentiel

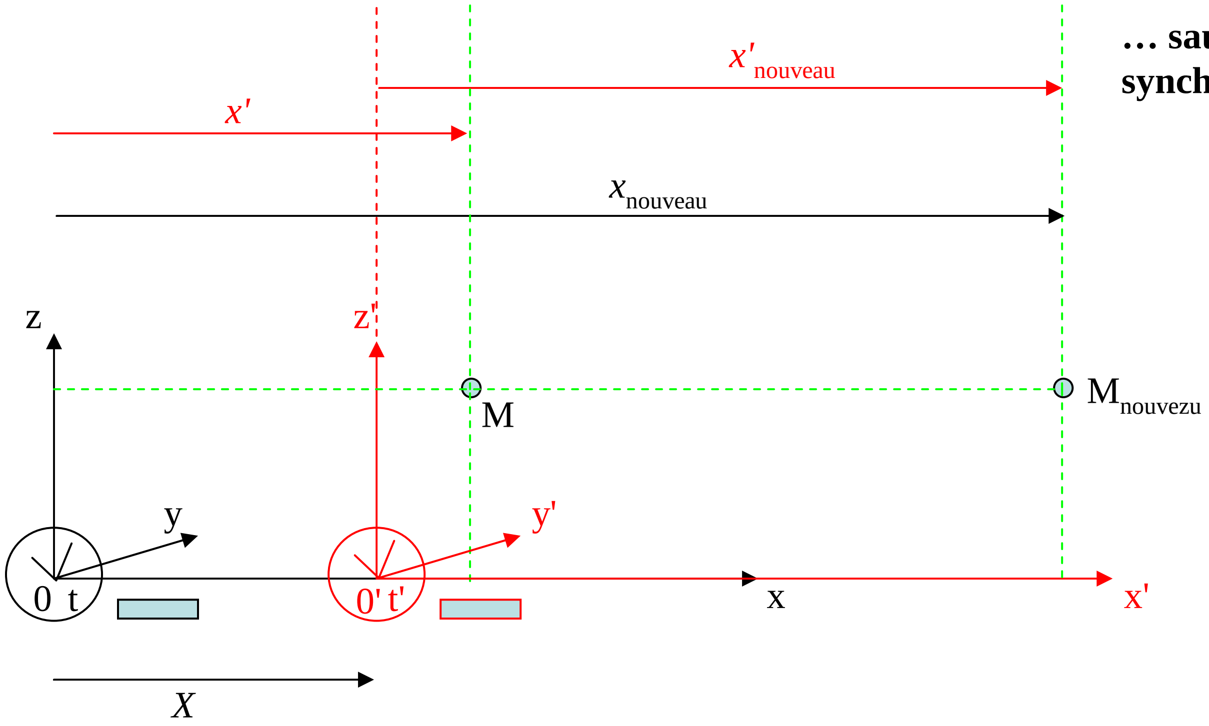
$$\frac{x_{\text{nouveau}} - x}{t} = \frac{X}{t} + \frac{x'_{\text{nouveau}} - x'}{t}$$

ou

$$\frac{x_{\text{nouveau}} - x}{t'} = \frac{X}{t'} + \frac{x'_{\text{nouveau}} - x'}{t'}$$

Dans les deux cas, le quotient en rouge n'est pas cohérent …

… sauf si les horloges restent synchronisées !



Changer de référentiel

$$\frac{x_{\text{nouveau}} - x}{t} = \frac{X}{t} + \frac{x'_{\text{nouveau}} - x'}{t}$$

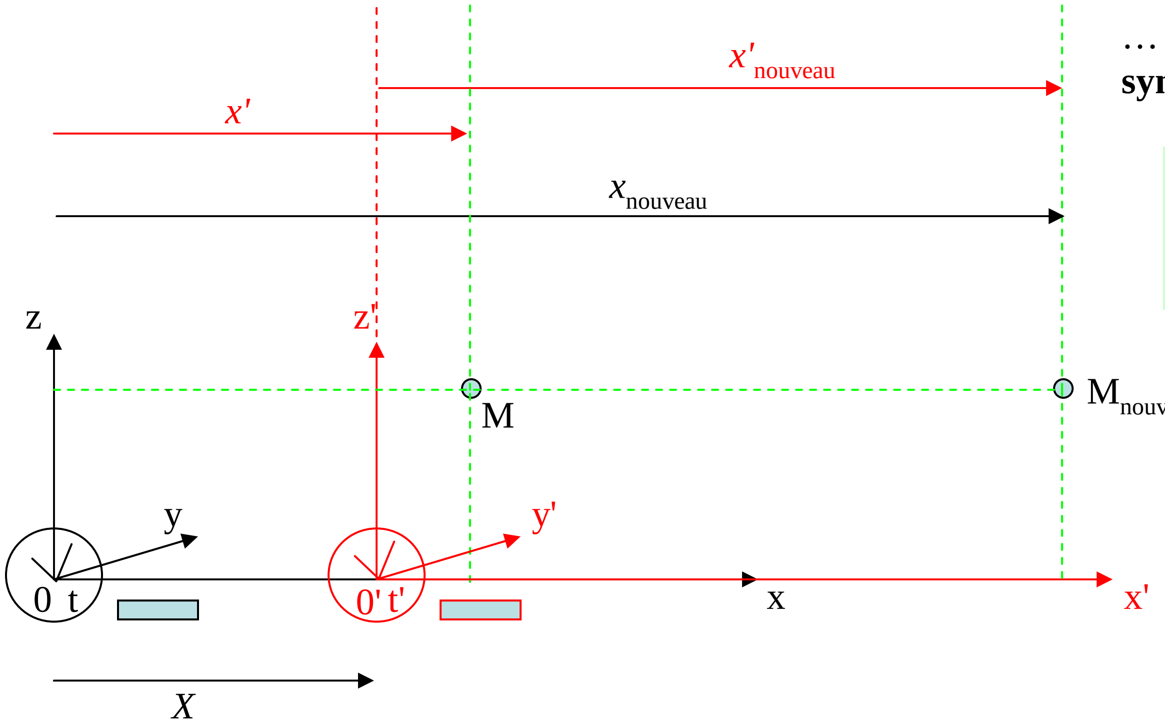
ou

$$\frac{x_{\text{nouveau}} - x}{t'} = \frac{X}{t'} + \frac{x'_{\text{nouveau}} - x'}{t'}$$

Dans les deux cas, le quotient en rouge n'est pas cohérent …

… **sauf si les horloges restent synchronisées** et alors

Loi de changement de composante de la vitesse
$$v = V + v'$$



Le nuage noir de la lumière

La vitesse de propagation de la lumière dans l'espace vide de matière est invariante dans les changements de référentiels.

Le constat de ce fait fut un des nœuds les plus importants de l'histoire de la physique du XXe siècle.

Voici un résumé de cette affaire.

Loi de changement de composante de la vitesse
$v = V + v'$

Le nuage noir de la lumière

La vitesse de propagation de la lumière dans l'espace vide de matière est invariante dans les changements de référentiels.

Soient c et c' les vitesses de propagation de la lumière dans les deux référentiels.

On s'attendait à la formule $c = V + c'$.

Loi de changement de composante de la vitesse
$v = V + v'$

Le nuage noir de la lumière

La vitesse de propagation de la lumière dans l'espace vide de matière est invariante dans les changements de référentiels.

Soient c et c' les vitesses de propagation de la lumière dans les deux référentiels.

On s'attendait à la formule $c = V + c'$.

Mais deux faits nouveaux l'ont contredite.

Loi de changement de composante de la vitesse

$v = V + v'$

?

Le nuage noir de la lumière

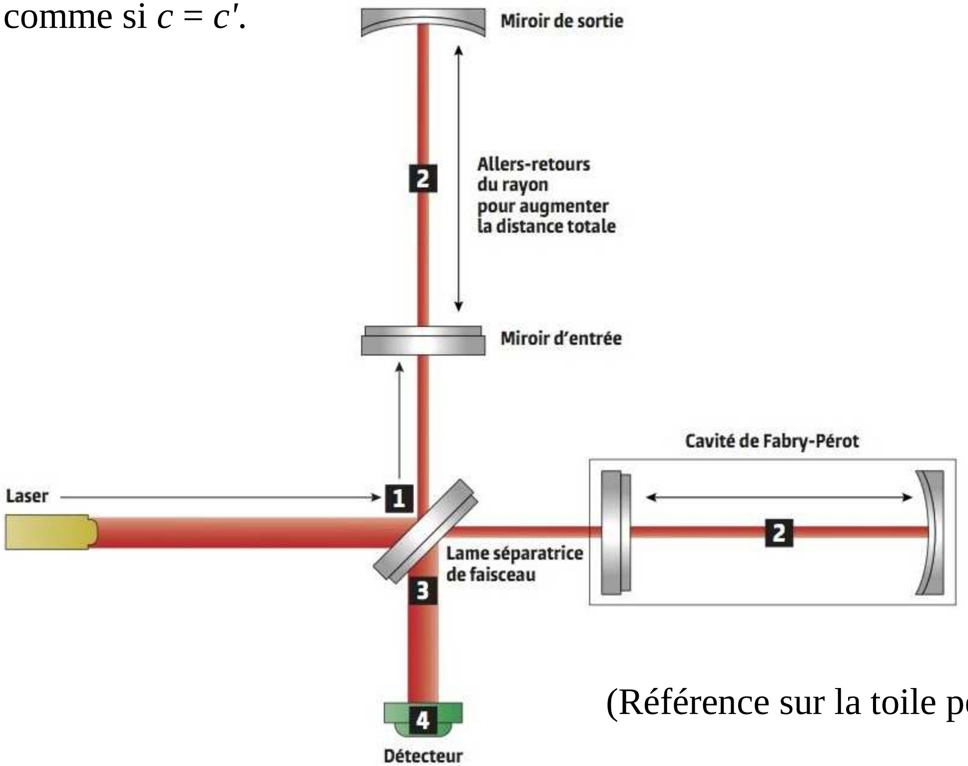
La vitesse de propagation de la lumière dans l'espace vide de matière est invariante dans les changements de référentiels.

Soient c et c' les vitesses de propagation de la lumière dans les deux référentiels.

On s'attendait à la formule $c = V + c'$.

Mais deux faits nouveaux l'ont contredite.

Un fait expérimental : toutes les tentatives de mesure de l'écart V entre les deux vitesses de propagation dans l'espace vide de matière ont donné un résultats inclus dans la plage des incertitudes des dites mesures. En clair, tout se passe comme si $c = c'$.



Loi de changement de composante de la vitesse

$v = V + v'$?

(Référence sur la toile perdue)

Le nuage noir de la lumière

La vitesse de propagation de la lumière dans l'espace vide de matière est invariante dans les changements de référentiels.

Soient c et c' les vitesses de propagation de la lumière dans les deux référentiels.

On s'attendait à la formule $c = V + c'$.

Mais deux faits nouveaux ont contredit la formule.

Un fait expérimental : toutes les tentatives de mesure de l'écart V entre les deux vitesses de propagation dans l'espace vide de matière ont donné un résultats inclus dans la plage des incertitudes des dites mesures. En clair, tout se passe comme si $c = c'$.

Un fait théorique : la modélisation de l'électromagnétisme a démontré que la lumière n'est qu'un cas particulier des ondes électromagnétiques dont la vitesse de propagation dans le vide de matière est indépendante du choix du référentiel.

Loi de changement de composante de la vitesse

?

Le nuage noir de la lumière

La vitesse de propagation de la lumière dans l'espace vide de matière est invariante dans les changements de référentiels.

Soient c et c' les vitesses de propagation de la lumière dans les deux référentiels.

On s'attendait à la formule $c = V + c'$.

Mais deux faits nouveaux ont contredit la formule.

Un fait expérimental : toutes les tentatives de mesure de l'écart V entre les deux vitesses de propagation dans l'espace vide de matière ont donné un résultats inclus dans la plage des incertitudes des dites mesures. En clair, tout se passe comme si $c = c'$.

Un fait théorique : la modélisation de l'électromagnétisme a démontré que la lumière n'est qu'un cas particulier des ondes électromagnétiques dont la vitesse de propagation dans le vide de matière est indépendante du choix du référentiel.

$$\varepsilon_o \ \mu_o = c^2$$

une formule qui n'a rien à voir avec le choix d'un référentiel !

Loi de changement de composante de la vitesse

?

Le nuage noir de la lumière

La vitesse de propagation de la lumière dans l'espace vide de matière est invariante dans les changements de référentiels.

Soient c et c' les vitesses de propagation de la lumière dans les deux référentiels.

On s'attendait à la formule $c = V + c'$.

Mais deux faits nouveaux ont contredit la formule.

Un fait expérimental : toutes les tentatives de mesure de l'écart V entre les deux vitesses de propagation dans l'espace vide de matière ont donné un résultats inclus dans la plage des incertitudes des dites mesures. En clair, tout se passe comme si $c = c'$.

Un fait théorique : la modélisation de l'électromagnétisme a démontré que la lumière n'est qu'un cas particulier des ondes électromagnétiques dont la vitesse de propagation dans le vide de matière est indépendante du choix du référentiel.

$$\varepsilon_o \ \mu_o = c^2$$

~~Loi de changement de composante de la vitesse~~

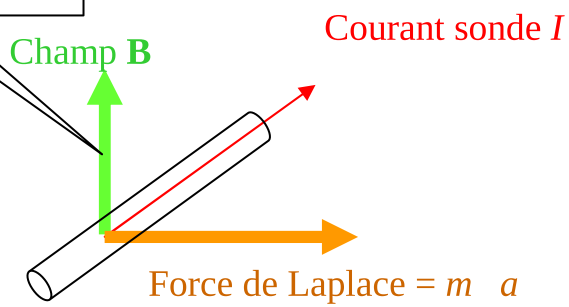
$$\cancel{v = V + v'}$$

ε_o = permittivité électrique de l'espace vide de matière
μ_o = perméabilité magnétique de l'esp ce vide de matière

Qu'est-ce qu'un champ électro magnétique ?

(c'est un hors sujet de l'atelier)

Je suis créé par un gros aimant, le pôle nord au-dessus et le pôle sud en dessous.



Je veux dire *qui ne s'appuie que sur l'expérience, l'observation, non sur une théorie ou le raisonnement*

Je suis mesurée

(en mètres)

Force de Laplace = $m \quad a \quad = F \quad = I \quad L \quad B$

Je suis une loi enpirique

Champ magnétique à mesurer

Intensité du courant sonde

Force de Laplace

Je fait partie d'un circuit électrique. Ma masse est *m* et mon accélération est *a*.

Ma longueur dans le champ créé par l'aimant est *L*

Je suis mesurée

(en newtons)

Je suis mesurée

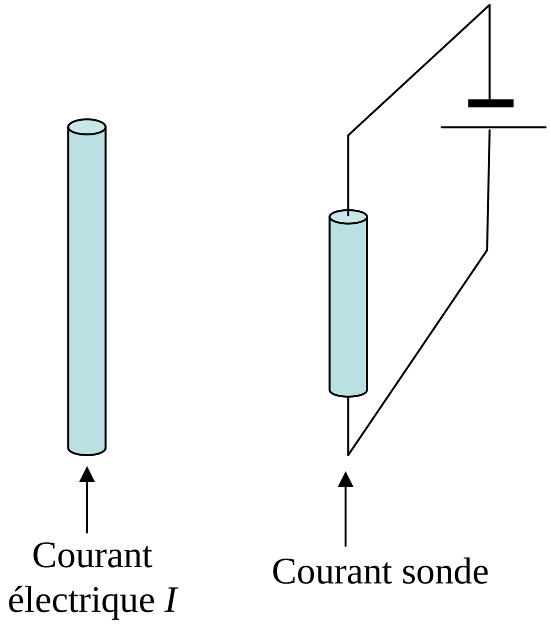
(en ampères)

Je suis calculée

(en teslas)

Qu'est-ce qu'un champ électro magnétique ?

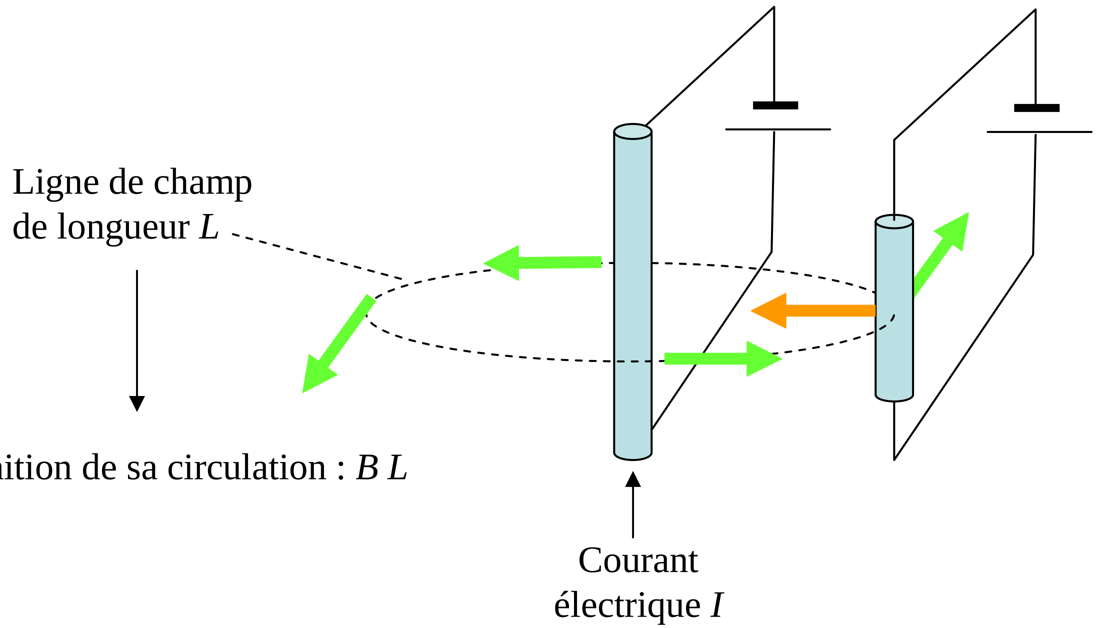
L'expérience fondamentale d'Ampère



Qu'est-ce qu'un champ électro magnétique ?

Flèches du vecteur **B** représentant le champ magnétique

Flèche du vecteur **F** représentant la force de Laplace

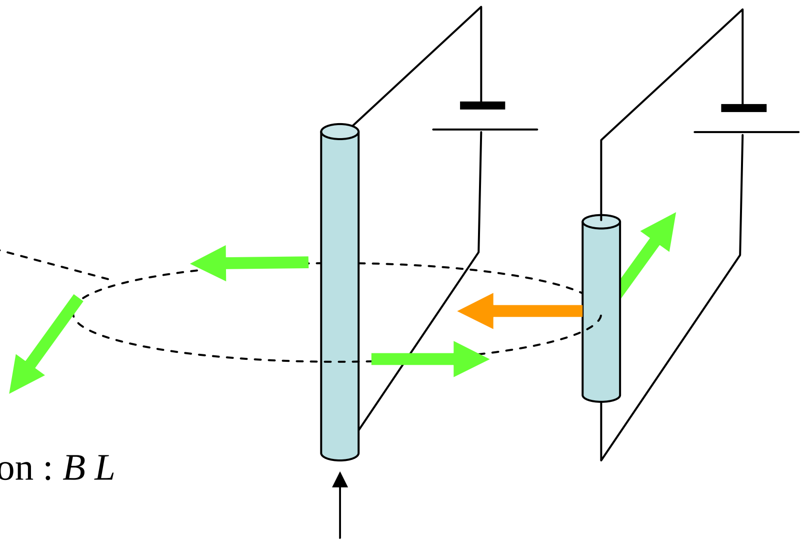


Définition de sa circulation : *B L*

Loi empirique d'Ampère : $\frac{1}{\mu_o} B\,L = I$

Qu'est-ce qu'un champ électro magnétique ?

Ligne de champ
de longueur *L*



Définition de sa circulation : *B L*

Courant
électrique *I*

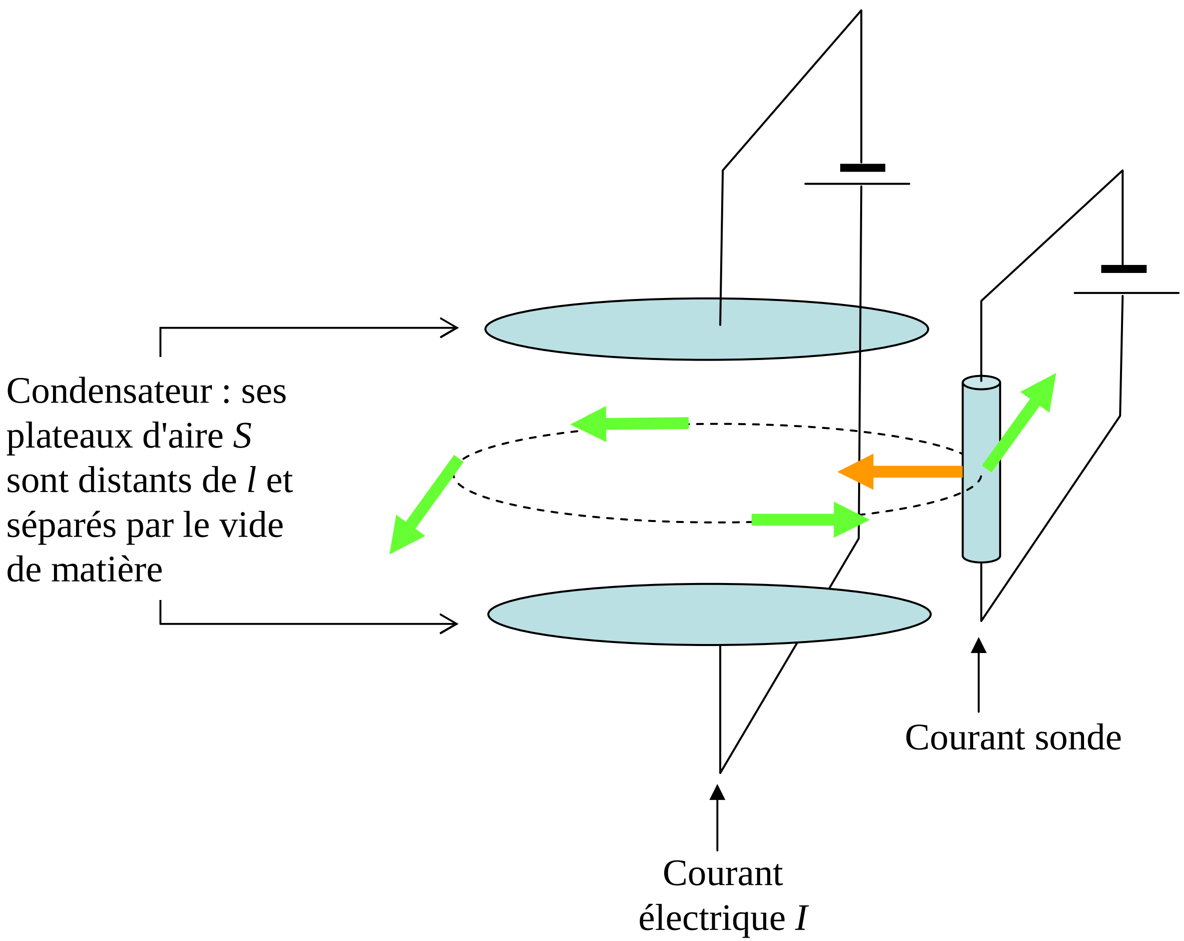
Loi empirique d'Ampère : $\frac{1}{\mu_o} \, B\, L = I$

GÉNÉRALISATION

$$\int_{\text{boucle}} \frac{1}{\mu} \, \mathbf{B} \, d\mathbf{L} = I$$

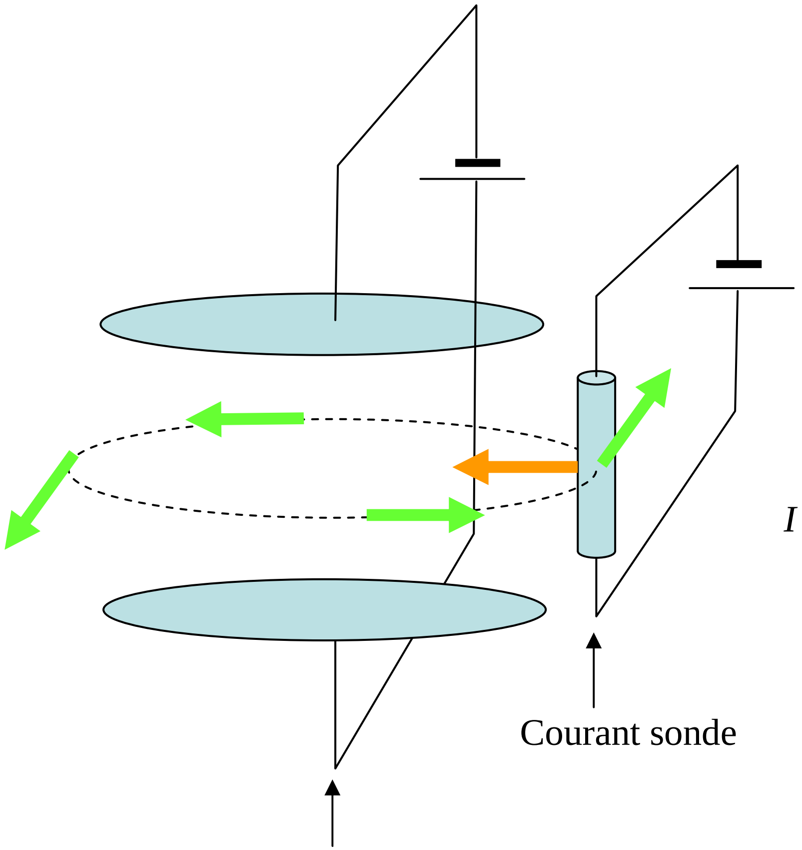
Ampère : le flux du champ magnétique le long d'une boucle est l'intensité électrique qui la traverse multipliée par la perméabilité du milieu..

Qu'est-ce qu'un champ électro magnétique ?



$$\int_{\text{boucle}} \frac{1}{\mu}\, \mathbf{B}\, \mathbf{dL} = \quad \mathbf{?}$$

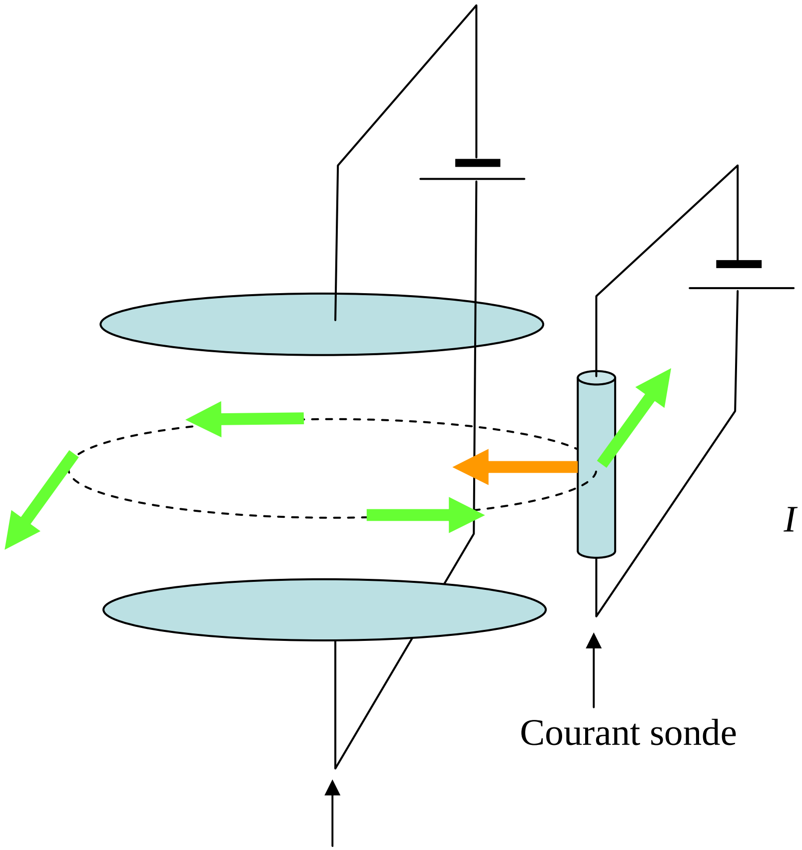
Qu'est-ce qu'un champ électro magnétique ?



$$I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

$$\int_{\text{boucle}} \frac{1}{\mu}\,\mathbf{B}\,\mathbf{dL} = \;\; \mathbf{?}$$

Qu'est-ce qu'un champ électro magnétique ?



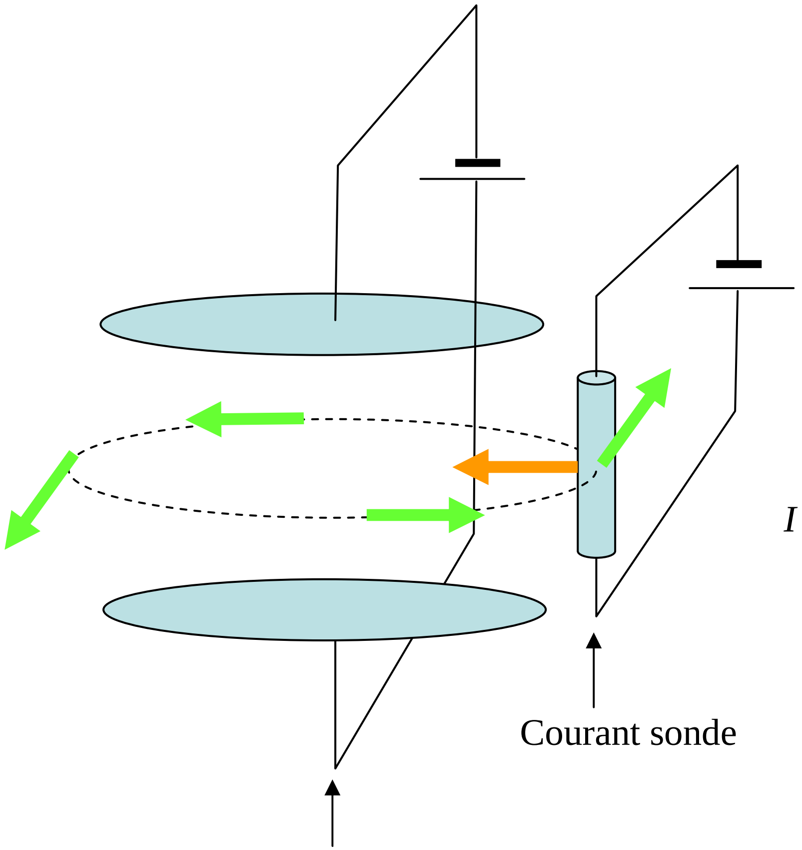
Loi de Coulomb

Loi du condensateur

$$I = \frac{dq}{dt} = C\,\frac{dU}{dt}$$

$$\int_{\text{boucle}} \frac{1}{\mu}\,\mathbf{B}\,\mathbf{dL} = \quad \mathbf{?}$$

Qu'est-ce qu'un champ électro magnétique ?



Loi de Coulomb

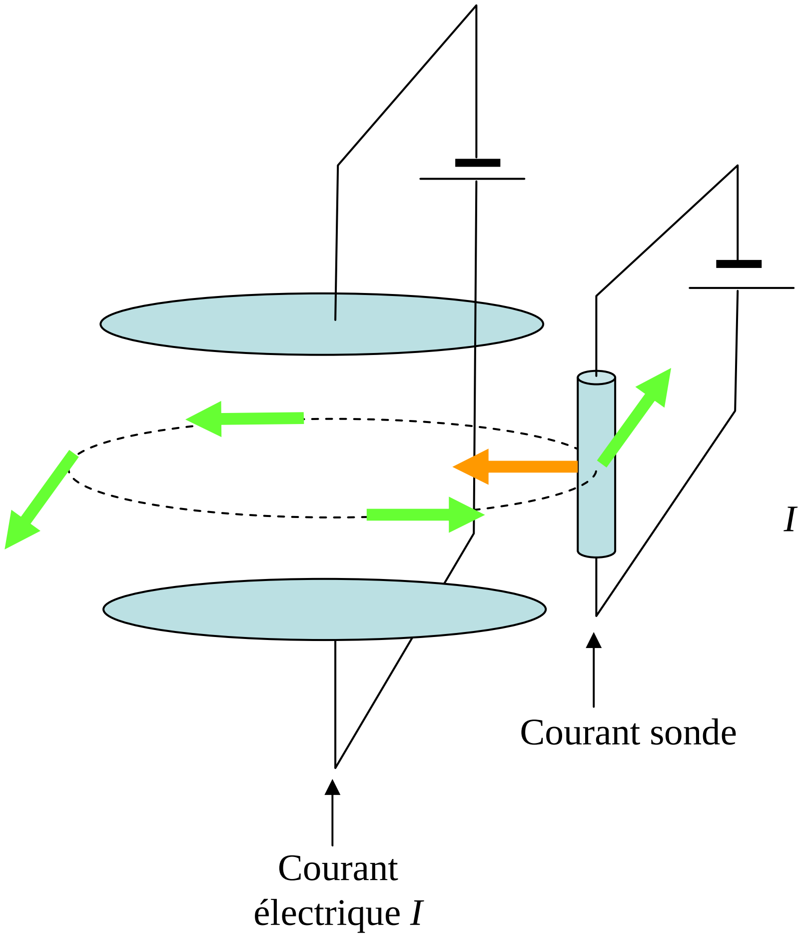
Loi du condensateur

$$I = \frac{dq}{dt} = C\,\frac{dU}{dt} = \varepsilon_o\,\frac{S}{l}\,\frac{dU}{dt}$$

Loi de la
capacité

$$\int_{boucle} \frac{1}{\mu}\,\mathbf{B}\,\mathbf{dL} = \quad \mathbf{?}$$

Qu'est-ce qu'un champ électro magnétique ?



Loi de Coulomb

Loi du condensateur

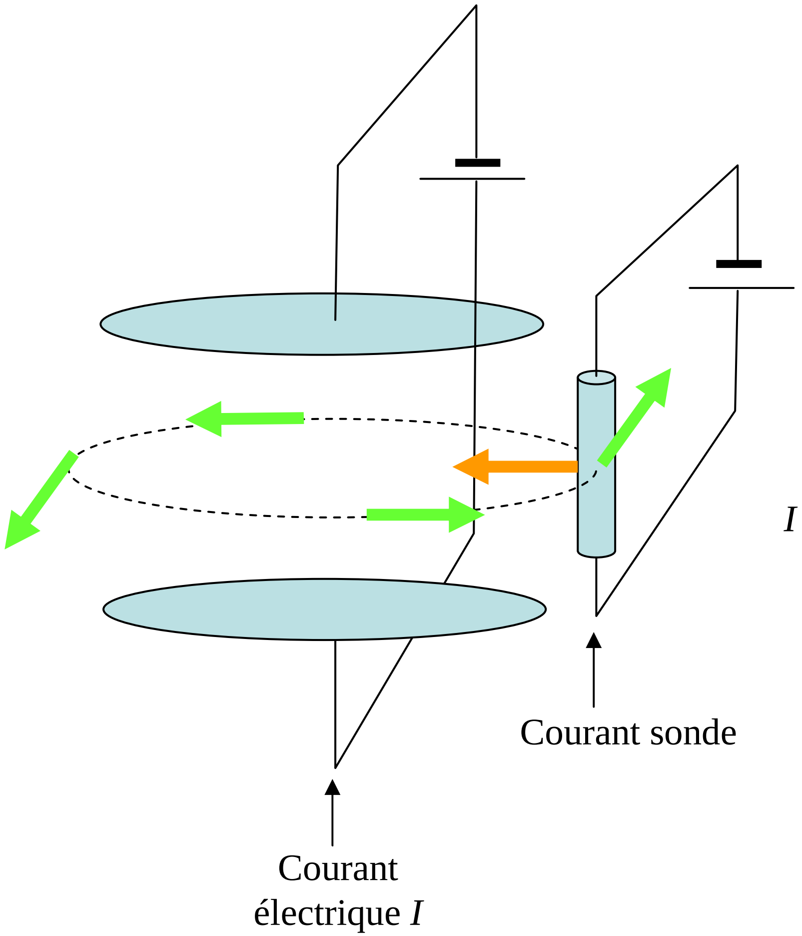
$$I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C\,\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \varepsilon_o\,\frac{S}{l}\,\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \varepsilon_o\,S\,\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$$

Loi de la capacité

Définition du champ électrique

$$\int_{\text{boucle}} \frac{1}{\mu}\,\mathbf{B}\,\mathbf{dL} = \quad \mathbf{?}$$

Qu'est-ce qu'un champ électro magnétique ?



Loi de Coulomb

Loi du condensateur

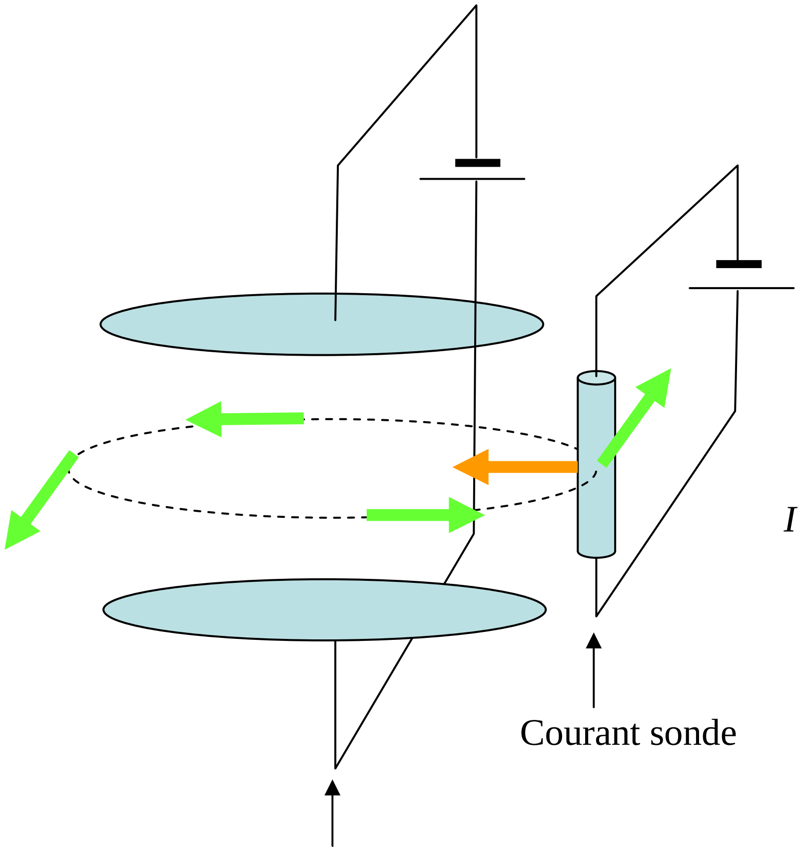
$$I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C\,\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \varepsilon_o\,\frac{S}{l}\,\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \varepsilon_o\,S\,\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$$

Loi de la capacité

Définition du champ électrique

Loi de Heaviside $$\int_{\text{boucle}} \frac{1}{\mu}\,\mathbf{B}\,\mathbf{dL} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\text{boucle}} \varepsilon_o\,E\,\mathrm{d}\mathbf{S}$$

Qu'est-ce qu'un champ électro magnétique ?



Loi de Coulomb

Loi du condensateur

$$I = \frac{dq}{dt} = C\,\frac{dU}{dt} = \varepsilon_o\,\frac{S}{l}\,\frac{dU}{dt} = \varepsilon_o\, S\,\frac{dE}{dt}$$

Loi de la capacité

Définition du champ électrique

Ampère & Heaviside: le flux du champ magnétique le long d'une boucle est (à la perméabilité près) la somme de l'intensité électrique qui la traverse plus (à la permittivité près) la vitesse de variation du flux du champ électrique qui la traverse.

$$\int_{\text{boucle}} \frac{1}{\mu_o}\,\mathbf{B}\,\mathbf{dL} = I + \frac{d}{dt}\int_{\text{boucle}} \varepsilon_o\, E\, d\mathbf{S}$$

Qu'est-ce qu'un champ électro magnétique ?

Récapitulation des lois basiques de l'électromagnétisme par Maxwell

Gauss : le flux du champ électrique à travers une surface fermée est égal à la permittivité près à la charge électrique qu'elle enferme.

$$\int_{\text{surface}} \mathbf{E}\,\mathbf{dS} = \varepsilon_o\, Q$$

Thomson : le flux du champ électrique à travers une surface fermée est nul.

$$\int_{\text{surface}} \mathbf{B}\,\mathrm{d}\mathbf{S} = 0$$

Faraday : ***loi de l'induction***, la vitesse de variation du flux du champ électrique à travers une surface donnée est égale à la circulation du champ magnétique le long de son contour

$$\int_{\text{boucle}} \mathbf{E}\,\mathrm{d}\mathbf{L} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\text{surface}} \mathbf{B}\,\mathrm{d}\mathbf{S}$$

Ampère & Heaviside : le flux du champ magnétique le long d'une boucle est (à la perméabilité près) la somme de l'intensité électrique qui la traverse plus (à la permittivité près) la vitesse de variation du flux du champ électrique qui la traverse.

$$\int_{\text{boucle}} \frac{1}{\mu_o}\,\mathbf{B}\,\mathbf{dL} = I + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\text{boucle}} \varepsilon_o\, E\,\mathrm{d}\mathbf{S}$$

Changer de référentiel

Le nuage noir de la lumière

Récapitulation des lois basiques de l'électromagnétisme par Maxwell

Maxwell combina ces formules pour démontrer que les ondes électromagnétiques se propagent à la vitesse $\sqrt{\varepsilon_o \quad \mu_o}$

Il n'a rien à voir avec un choix de référentiel.

Il constata que **cette vitesse est** aussi (aux incertitudes de mesures près) **celle de la propagation de la lumière**.

Ce constat devint rapidement un postulat fondamental de la physique.

Les postulats des anciens (invariance séparée des longueurs et des temps dans les changements de référentiels) a été abandonnée.

Mais alors par quoi ont-ils été remplacés ?

$$\int_{\text{surface}} \mathbf{E}\ \mathbf{dS} = \varepsilon_o\, Q$$

$$\int_{\text{surface}} \mathbf{B}\ \mathrm{d}\mathbf{S} = 0$$

$$\int_{\text{boucle}} \mathbf{E}\ \mathrm{d}\mathbf{L} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\text{surface}} \mathbf{B}\ \mathrm{d}\mathbf{S}$$

$$\int_{\text{boucle}} \frac{1}{\mu_o}\mathbf{B}\ \mathbf{dL} = I + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\text{boucle}} \varepsilon_o\, E\ \mathrm{d}\mathbf{S}$$

Changer de référentiel

Et la lumière fut

Soit L la distance de propagation de la lumière en t unités de temps, et c sa vitesse.

Changer de référentiel

Et la lumière fut

Distance	Temps
L	t
c	1
Proportion	

Soit L la distance de propagation de la lumière en t unités de temps, et c sa vitesse.

Pour tout mouvement à la vitesse "luminique", on a $c\ t = L$..

Changer de référentiel

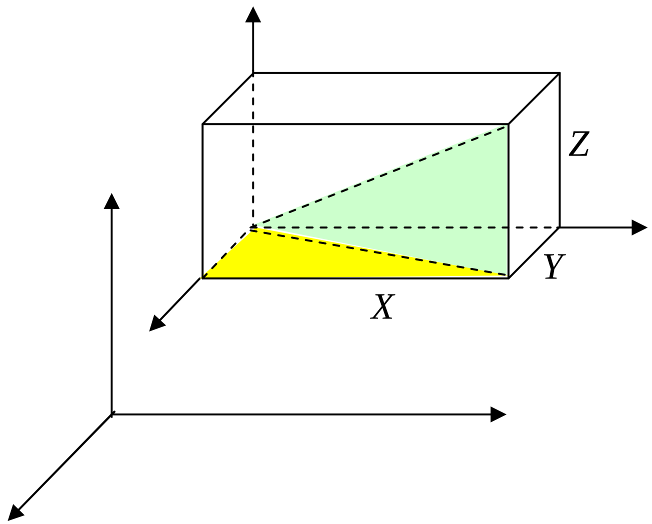
Et la lumière fut

Soit L la distance de propagation de la lumière en t unités de temps, et c sa vitesse.

Pour tout mouvement à la vitesse "luminique", on a $c\ t = L$..

Dans un repère orthonormé, une distance s'exprime à partir des composantes X, Y et Z d'une fléche comme la solution algébriquement positive de l'équation $L^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$.

(preuve : les deux triangles colorés sont rectangles)



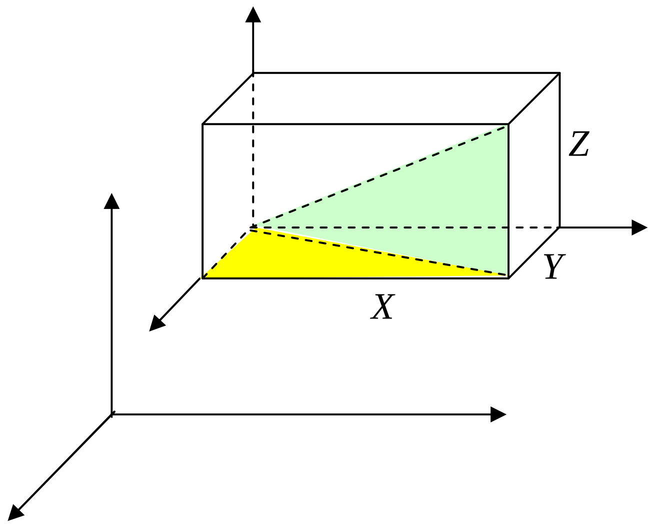
Changer de référentiel

Et la lumière fut

Soit L la distance de propagation de la lumière en t unités de temps, et c sa vitesse.

Pour tout mouvement à la vitesse "luminique", on a $c\ t = L$..

Dans un repère orthonormé, une distance s'exprime à partir des composantes X, Y et Z d'une fléche comme la solution algébriquement positive de l'équation $L^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$. Pour tout mouvement à la vitesse "luminique" $c\ t = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$.



Changer de référentiel

Et la lumière fut

Soit L la distance de propagation de la lumière en t unités de temps, et c sa vitesse.

Pour tout mouvement à la vitesse "luminique", on a $c\ t = L$..

Dans un repère orthonormé, une distance s'exprime à partir des composantes X, Y et Z d'une fléche comme la solution algébriquement positive de l'équation $L^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$. Pour tout mouvement à la vitesse "luminique" $c\ t = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$.

Mais la racine carrée encombrera les futurs calculs donc on a préféré $(c\ t)^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$.

Changer de référentiel

Et la lumière fut

Soit L la distance de propagation de la lumière en t unités de temps, et c sa vitesse.

Pour tout mouvement à la vitesse "luminique", on a $c\ t = L$..

Dans un repère orthonormé, une distance s'exprime à partir des composantes X, Y et Z d'une fléche comme la solution algébriquement positive de l'équation $L^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$. Pour tout mouvement à la vitesse "luminique" $c\ t = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$.
Mais la racine carrée encombrera les futurs calculs donc on a préféré $(c\ t)^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$.

Pour plus de symétrie dans la formule on renomme T la distance $c\ t$ donc $T^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$..

Changer de référentiel

Et la lumière fut

Soit L la distance de propagation de la lumière en t unités de temps, et c sa vitesse.

Pour tout mouvement à la vitesse "luminique", on a $c\ t = L$..

Dans un repère orthonormé, une distance s'exprime à partir des composantes X, Y et Z d'une fléche comme la solution algébriquement positive de l'équation $L^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$. Pour tout mouvement à la vitesse "luminique" $c\ t = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$.

Mais la racine carrée encombrera les futurs calculs donc on a préféré $(c\ t)^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$.

Pour plus de symétrie dans la formule on renomme T la distance $c\ t$ donc $T^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$..

La grandeur $\sqrt{T^2 - L^2}$ est nulle dans tous les référentiels.

Changer de référentiel

Et la lumière fut

Soit L la distance de propagation de la lumière en t unités de temps, et c sa vitesse.

Pour tout mouvement à la vitesse "luminique", on a $c\ t = L$..

Dans un repère orthonormé, une distance s'exprime à partir des composantes X, Y et Z d'une fléche comme la solution algébriquement positive de l'équation $L^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$. Pour tout mouvement à la vitesse "luminique" $c\ t = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$.

Mais la racine carrée encombrera les futurs calculs donc on a préféré $(c\ t)^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$.

Pour plus de symétrie dans la formule on renomme T la distance $c\ t$ donc $T^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$..

La grandeur $\sqrt{T^2 - L^2}$ est nulle dans tous les référentiels. De là vint l'idée de postuler que cette grandeur soit invariante dans les changements de référentiels pour tous les mouvements et propagations quelle que soit leur vitesse.

Changer de référentiel

Et la lumière fut

Soit L la distance de propagation de la lumière en t unités de temps, et c sa vitesse.

Pour tout mouvement à la vitesse "luminique", on a $c\ t = L$..

Dans un repère orthonormé, une distance s'exprime à partir des composantes X, Y et Z d'une fléche comme la solution algébriquement positive de l'équation $L^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$. Pour tout mouvement à la vitesse "luminique" $c\ t = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$. Mais la racine carrée encombrera les futurs calculs donc on a préféré $(c\ t)^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$.

Pour plus de symétrie dans la formule on renomme T la distance $c\ t$ donc $T^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$..

La grandeur $\sqrt{T^2 - L^2}$ est nulle dans tous les référentiels. De là vint l'idée de postuler que cette grandeur soit invariante dans les changements de référentiels pour tous les mouvements et propagations quelle que soit leur vitesse.

Cette grandeur mérite un nom : ce sera l'intervalle retativiste.

En conséquence, l'intervalle relativiste $\sqrt{T^2 - L^2}$ est postulé invariant dans les changements de référentiels.

Changer de référentiel

Et la lumière fut

Soit L la distance de propagation de la lumière en t unités de temps, et c sa vitesse.

Pour tout mouvement à la vitesse "luminique", on a $c\,t = L$..

Dans un repère orthonormé, une distance s'exprime à partir des composantes X, Y et Z d'une fléche comme la solution algébriquement positive de l'équation $L^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$. Pour tout mouvement à la vitesse "luminique" $c\,t = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$.

Mais la racine carrée encombrera les futurs calculs donc on a préféré $(c\,t)^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$.

Pour plus de symétrie dans la formule on renomme T la distance $c\,t$ donc $T^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$..

La grandeur $\sqrt{T^2 - L^2}$ est nulle dans tous les référentiels. De là vint l'idée de postuler que cette grandeur soit invariante dans les changements de référentiels pour tous les mouvements et propagations quelle que soit leur vitesse.

Cette grandeur mérite un nom : ce sera l'intervalle retativiste.

En conséquence, l'intervalle relativiste $s = \sqrt{T^2 - L^2}$ **est postulé invariant dans les changements de référentiels.**

$$s = \sqrt{T^2 - L^2} = \sqrt{T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2} = \sqrt{(c\,t)^2 - X^2 - Y^2 - Z^2}$$

Mais comment fait-on pour respecter ce nouveau postulat ?

La réponse vint de Lorentz

L'intervalle relativiste

Et la lumière fut

Les unités

L est en mètre

t est en seconde

c est en mètres / seconde

$c\,t = T$ est en mètre

$T^2 - L^2$ en mètre carrés

L'intervalle relativiste est en mètre

$s^2 = (c\,t)^2 - X^2 - Y^2 - Z^2$

$s^2 = (c\,t)^2 - L^2$

$s^2 = c^2 t^2 - L^2$

$s^2 = (c^2 - L^2 / t^2)\, t^2$

$s^2 = (c^2 - (L / t)^2)\, t^2$

$s^2 = (c^2 - V^2)\, t^2$

$s^2 = c^2 (1 - V^2 / c^2)\, t^2 \longrightarrow s \approx c\,t \sqrt{1 - V^2 / c^2}$

Corps lents $s^2 \approx c^2 t^2 \longrightarrow s \approx c\,t.$

Quel rapport entre l'intervalle relativiste et le temps odinaire ?

En conséquence, l'intervalle relativiste $s = \sqrt{T^2 - L^2}$ est postulé invariant dans les changements de référentiels.

$$s = \sqrt{T^2 - L^2} = \sqrt{T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2} = \sqrt{(c\,t)^2 - X^2 - Y^2 - Z^2}$$

Mais comment fait-on pour respecter ce nouveau postulat ?

La réponse vint de Lorentz

Les quadri vecteurs

AVANT LA RELATIVITÉ	APRÈS LA RELATIVITÉ
Position x^a, a = 1, 2 ou 3 Instant = $x^0 = c\,t$	Quadri position x^a , a = 0, 1, 2 ou 3
$\left.\begin{array}{l}\text{Longueur } L = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \\ \text{Instant } x^0 = c\,t\end{array}\right\}$ invariants séparés	Seul invariant Intervalle relativiste $s = \sqrt{T^2 - L^2}$

Les quadri vecteurs

AVANT LA RELATIVITÉ	APRÈS LA RELATIVITÉ
Position x^a, a = 1, 2 ou 3 Instant = $x^0 = c\,t$	Quadri position x^a , a = 0, 1, 2 ou 3
Longueur $L = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ Instant $x^0 = c\,t$ invariants séparés	Seul invariant Intervalle relativiste $s = \sqrt{T^2 - L^2}$

Cinématique

Trois dimensions de l'espace	Quatre dimensions de l'espace temps

Les quadri vecteurs

AVANT LA RELATIVITÉ	APRÈS LA RELATIVITÉ
Position x^a, a = 1, 2 ou 3 Instant = $x^0 = c\,t$	Quadri position x^a , a = 0, 1, 2 ou 3
Longueur $L = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ Instant $x^0 = c\,t$ invariants séparés	Seul invariant Intervalle relativiste $s = \sqrt{T^2 - L^2}$

Cinématique

Trois dimensions de l'espace	Quatre dimensions de l'espace temps
Le temps en **s** …	… est remplacé par l'intervalle relativiste en **m**

Les quadri vecteurs

AVANT LA RELATIVITÉ	APRÈS LA RELATIVITÉ
Position x^a, a = 1, 2 ou 3 Instant = $x^0 = c\,t$	Quadri position x^a , a = 0, 1, 2 ou 3
Longueur $L = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ Instant $x^0 = c\,t$ invariants séparés	Seul invariant Intervalle relativiste $s = \sqrt{T^2 - L^2}$

Cinématique

Trois dimensions de l'espace	Quatre dimensions de l'espace temps
Le temps en **s** …	… est remplacé par l'intervalle relativiste en **m**
Vitesse $V^a = \mathrm{d}x^a / \mathrm{d}t$, a = 1, 2 ou 3 **m** **s**$^{-1}$	Quadri vitesse $u^a = \mathrm{d}x^a / \mathrm{d}s$, a = 0, 1, 2 ou 3 **m** **m**$^{-1}$ **= 1**

Les quadri vecteurs

AVANT LA RELATIVITÉ	APRÈS LA RELATIVITÉ
Position x^a, $a = 1, 2$ ou 3 Instant = $x^0 = c\,t$	Quadri position x^a , $a = 0, 1, 2$ ou 3
Longueur $L = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ Instant $x^0 = c\,t$ invariants séparés	Seul invariant Intervalle relativiste $s = \sqrt{T^2 - L^2}$

Cinématique

Trois dimensions de l'espace	Quatre dimensions de l'espace temps
Le temps en **s** …	… est remplacé par l'intervalle relativiste en **m**
Vitesse $V^a = \mathrm{d}x^a / \mathrm{d}t$, $a = 1, 2$ ou 3 **m s^{-1}**	Quadri vitesse $u^a = \mathrm{d}x^a / \mathrm{d}s$, $a = 0, 1, 2$ ou 3 **m m^{-1} = 1**
Accélération $\gamma^a = \mathrm{d}V^a / \mathrm{d}t$, $a = 1, 2$ ou 3 **m s^{-1} s^{-1} = m s^{-2}**	Quadri accélération $\alpha^a = \mathrm{d}u^a / \mathrm{d}s$, $a = 0, 1, 2$ ou 3 **m m^{-1} = 1**

Les quadri vecteurs

AVANT LA RELATIVITÉ	APRÈS LA RELATIVITÉ
Position x^a, $a = 1, 2$ ou 3 Instant $= x^0 = c\,t$	Quadri position x^a , $a = 0, 1, 2$ ou 3
Longueur $L = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ Instant $x^0 = c\,t$ invariants séparés	Seul invariant Intervalle relativiste $s = \sqrt{T^2 - L^2}$

Cinématique

Trois dimensions de l'espace	Quatre dimensions de l'espace temps
Le temps en **s** …	… est remplacé par l'intervalle relativiste en **m**
Vitesse $V^a = \mathrm{d}x^a / \mathrm{d}t$, $a = 1, 2$ ou 3 **m s^{-1}**	Quadri vitesse $u^a = \mathrm{d}x^a / \mathrm{d}s$, $a = 0, 1, 2$ ou 3 **m m^{-1} = 1**
Accélération $\gamma^a = \mathrm{d}V^a / \mathrm{d}t$, $a = 1, 2$ ou 3 **m s^{-1} s^{-1} = m s^{-2}**	Quadri accélération $\alpha^a = \mathrm{d}u^a / \mathrm{d}s$, $a = 0, 1, 2$ ou 3 **m m^{-1} = 1**
Force $= F^a = m\ \gamma^a$, $a = 1, 2$ ou 3 **N = kg m s^{-2}**	Quadri force F^a = constante $m\ \alpha^a$, $a = 0, 1, 2$ ou 3 **N = ? kg m^{-1}** Il manque des **m^2 s^{-2}**, c'est-à-dire le carré d'une vitesse La constante sera c^2 donc F^a = constante $m\,c^2\,\alpha^a$.

Les quadri vecteurs

AVANT LA RELATIVITÉ : $a = 1, 2$ ou 3	APRÈS LA RELATIVITÉ $a = 0, 1, 2$ ou 3
Position x^a, Instant $= x^0 = c\,t$	Quadri position x^a , $a = 0, 1, 2$ ou 3
Longueur $L = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ Instant $x^0 = c\,t$ invariants séparés	Seul invariant Intervalle relativiste $s = \sqrt{T^2 - L^2}$

Cinématique

Trois dimensions de l'espace	Quatre dimensions de l'espace temps
Le temps en **s** …	… est remplacé par l'intervalle relativiste en **m**
Vitesse $V^a = \mathrm{d}x^a / \mathrm{d}t$, $\mathbf{m} \quad \mathbf{s^{-1}}$	Quadri vitesse $u^a = \mathrm{d}x^a / \mathrm{d}s$ $\mathbf{m} \quad \mathbf{m^{-1} = 1}$
Accélération $\gamma^a = \mathrm{d}V^a \;/ \mathrm{d}t$, $\mathbf{m\,s^{-1}} \quad \mathbf{s^{-1} = m\,s^{-2}}$	Quadri accélération $\alpha^a = \mathrm{d}u^a / \mathrm{d}s$ $\mathbf{m} \quad \mathbf{m^{-1} = 1}$
Force $= F^a = \; m \quad \gamma^a$ $\mathbf{N} \; = \mathbf{kg} \;\; \mathbf{m\,s^{-2}}$	Quadri force $F^a =$ constante $m \quad \alpha^a$ $\mathbf{N} \; = \quad \mathbf{?} \quad \mathbf{kg} \;\; \mathbf{m^{-1}}$ Il manque des $\mathbf{m^2\,s^{-2}}$, c'est-à-dire le carré d'une vitesse La constante sera c^2 donc $\quad F^a = \quad c^2 \quad m \quad \alpha^a$.
Travail $= F_a\,\mathrm{d}x^a = m \quad \gamma_a \quad x^a$ $\mathbf{J = N \quad m \; = kg \;\; m\,s^{-2} \;\; m} = \mathbf{kg\;m^2\,s^{-2}}$	$m\,c^2\,u^0 = m\,c^2\,\mathrm{d}x^0 / \mathrm{d}s = m\,c^2\,\cancel{c\,\mathrm{d}t} \,/ \left(\cancel{c\,\mathrm{d}t}\sqrt{1 - V^2/c^2}\right)$ $m \quad c^2 \quad u^0 = m\,c^2 / \sqrt{1 - V^2/c^2}$ $\mathbf{kg} \;\; \mathbf{m^2\,s^{-2}} \;\; \mathbf{1 = J}$

Les quadri vecteurs

AVANT LA RELATIVITÉ : $a = 1, 2$ ou 3 — APRÈS LA RELATIVITÉ $a = 0, 1, 2$ ou 3

AVANT LA RELATIVITÉ	APRÈS LA RELATIVITÉ
Position x^a, Instant $= x^0 = c\,t$	Quadri position x^a, $a = 0, 1, 2$ ou 3
Longueur $L = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$, Instant $x^0 = c\,t$ } invariants séparés	Seul invariant Intervalle relativiste $s = \sqrt{T^2 - L^2}$

Cinématique

AVANT LA RELATIVITÉ	APRÈS LA RELATIVITÉ
Trois dimensions de l'espace	Quatre dimensions de l'espace temps
Le temps en **s** …	… est remplacé par l'intervalle relativiste en **m**
Vitesse $V^a = \mathrm{d}x^a / \mathrm{d}t$, $\mathbf{m}$ $\mathbf{s^{-1}}$	Quadri vitesse $u^a = \mathrm{d}x^a / \mathrm{d}s$, $\mathbf{m}$ $\mathbf{m^{-1} = 1}$
Accélération $\gamma^a = \mathrm{d}V^a / \mathrm{d}t$, $\mathbf{m\,s^{-1}}$ $\mathbf{s^{-1} = m\,s^{-2}}$	Quadri accélération $\alpha^a = \mathrm{d}u^a / \mathrm{d}s$, $\mathbf{m}$ $\mathbf{m^{-1} = 1}$
Force $= F^a = m\ \gamma^a$, $\mathbf{N} = \mathbf{kg}\ \mathbf{m\,s^{-2}}$	Quadri force $F^a =$ constante $m\ \alpha^a$, $\mathbf{N} =$ **?** $\mathbf{kg}\ \mathbf{m^{-1}}$

Il manque des $\mathbf{m^2\,s^{-2}}$, c'est-à-dire le carré d'une vitesse

La constante sera c^2 donc $F^a = c^2\ m\ \alpha^a$.

Travail $= F_a\,\mathrm{d}x^a = m\ \gamma_a\ x^a$

$\mathbf{J = N\ m = kg\ m\,s^{-2}\ m = kg\ m^2\,s^{-2}}$

$$m\,c^2\,u^0 = m\,c^2\,\mathrm{d}x^0 / \mathrm{d}s = m\,c^2\,c\,\cancel{\mathrm{d}t} \Big/ \left(c\,\cancel{\mathrm{d}t}\sqrt{1 - V^2/c^2}\right)$$

$$m\ c^2\ u^0 = m\,c^2 / \sqrt{1 - V^2/c^2}$$

$\mathbf{kg\ \ m^2\,s^{-2}\ \ 1 = J}$

Si la vitesse est nulle, je deviens la plus célèbre formule de la physique $E = m\,c^2$!

Je suis une unité d'énergie !

Les quadri vecteurs

POUR LES CORPS LENTS, a = 1, 2 ou 3

APRÈS LA RELATIVITÉ a = 0, 1, 2 ou 3

Position x^a Instant = $x^0 = c\,t$	Quadri position x^a , a = 0, 1, 2 ou 3
$s \approx c\,t$ donc d$s \approx c$ dt	Seul invariant Intervalle relativiste $s = \sqrt{T^2 - L^2}$

Cinématique

Trois dimensions de l'espace	Quatre dimensions de l'espace temps
Le temps en **s** …	… est remplacé par l'intervalle relativiste en **m**
$u^0 \approx 1$ car = (c dt) / (c dt) Quadri vitesse $u^a \approx V^a / c$ car $\approx$ dx^a / c dt	Quadri vitesse u^a = dx^a / ds **m** **m**$^{-1}$ **= 1**
Quadri accélération peu utilisée	Quadri accélération α^a = du^a / ds **m** **m**$^{-1}$ **= 1**
Quadri force peu utilisée	Quadri force F^a = constante m α^a **N** = **?** **kg** **m**$^{-1}$ Il manque des **m**^{2} **s**$^{-2}$, c'est-à-dire le carré d'une vitesse La constante sera c^2 donc F^a = constante $m\,c^2\,\alpha^a$.
Pas d'analogue quadridimensionnel du travail	Énergie = m c^2 $u^0 = m\,c^2 / \sqrt{1 - V^2 / c^2}$

Les formules de Lorentz

Posons le problème.

Ce qu'on sait est l'invariance de l'intervalle relativiste $T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = T'^2 - X'^2 - Y'^2 - Z'^2$

Les formules de Lorentz

Posons le problème.

Ce qu'on sait est l'invariance de l'intervalle relativiste $T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = T'^2 - X'^2 - Y'^2 - Z'^2$

Simplifions le problème : le mouvement est parallèle à l'axe des abscisse, donc $T^2 - X^2 = T'^2 - X'^2$

Les formules de Lorentz

Posons le problème.

Ce qu'on sait est l'invariance de l'intervalle relativiste $T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = T'^2 - X'^2 - Y'^2 - Z'^2$

Simplifions le problème : le mouvement est parallèle à l'axe des abscisse, donc $T^2 - X^2 = T'^2 - X'^2$

Résolvons-le.

Donnons-nous T, X, T' et X' et cherchons – si c'est possible – deux coefficients β et b tels que

$$X = b\,T' + \beta\,X'$$
$$T = \beta\,T' + b\,X'$$

Les formules de Lorentz

Posons le problème.

Ce qu'on sait est l'invariance de l'intervalle relativiste $T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = T'^2 - X'^2 - Y'^2 - Z'^2$

Simplifions le problème : le mouvement est parallèle à l'axe des abscisse, donc $T^2 - X^2 = T'^2 - X'^2$

Résolvons-le.

Donnons-nous T, X, T' et X' et cherchons – si c'est possible – deux coefficients b et β tels que

$$\begin{aligned} X &= b\,T' + \beta\,X' \\ T &= \beta\,T' + b\,X' \end{aligned}$$

Cas particulier : le mouvement de l'origine du premier repère par rapport au premier :

$$\begin{aligned} X_o &= b\,T' \\ T &= \beta\,T' \end{aligned} \quad \text{donne} \quad \frac{X_o}{T} = \frac{b}{\beta}$$

Les formules de Lorentz

Posons le problème.

Ce qu'on sait est l'invariance de l'intervalle relativiste $T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = T'^2 - X'^2 - Y'^2 - Z'^2$

Simplifions le problème : le mouvement est parallèle à l'axe des abscisse, donc $T^2 - X^2 = T'^2 - X'^2$

Résolvons-le.

Donnons-nous T, X, T' et X' et cherchons – si c'est possible – deux coefficients b et β tels que

$$X = b\,T' + \beta\,X'$$
$$T = \beta\,T' + b\,X'$$

Cas particulier : le mouvement de l'origine du premier repère par rapport au premier : $X_o = b\,T'$, $T = \beta\,T'$ donne $\dfrac{X_o}{T} = \dfrac{b}{\beta}$

Mais $X_o / T = X_o / c\,t$ et X_o / t *est* la vitesse V de l'origine du deuxième repère par rapport au premier donc $X_o / T = V / c$.

Les formules de Lorentz

Posons le problème.

Ce qu'on sait est l'invariance de l'intervalle relativiste $T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = T'^2 - X'^2 - Y'^2 - Z'^2$

Simplifions le problème : le mouvement est parallèle à l'axe des abscisse, donc $T^2 - X^2 = T'^2 - X'^2$

Résolvons-le.

Donnons-nous T, X, T' et X' et cherchons – si c'est possible – deux coefficients b et β tels que
$$\begin{aligned} X &= b\,T' + \beta\,X' \\ T &= \beta\,T' + b\,X' \end{aligned}$$

Cas particulier : le mouvement de l'origine du premier repère par rapport au premier : $\begin{aligned} X_o &= b\,T' \\ T &= \beta\,T' \end{aligned}$ donne $\dfrac{X_o}{T} = \dfrac{b}{\beta}$

Mais $X_o / T = X_o / c\,t$ et X_o / t *est* la vitesse V de l'origine du deuxième repère par rapport au premier donc $X_o / T = V / c$.
Par substitution $b / \beta = V / c$ donc $b = \beta\, V / c$ donc $b^2 = \beta^2\, V^2 / c^2$.

Les formules de Lorentz

Posons le problème.

Ce qu'on sait est l'invariance de l'intervalle relativiste $T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = T'^2 - X'^2 - Y'^2 - Z'^2$

Simplifions le problème : le mouvement est parallèle à l'axe des abscisse, donc $T^2 - X^2 = T'^2 - X'^2$

Résolvons-le.

Donnons-nous T, X, T' et X' et cherchons – si c'est possible – deux coefficients b et β tels que

$$X = b\,T' + \beta\,X'$$
$$T = \beta\,T' + b\,X'$$

Cas particulier : le mouvement de l'origine du premier repère par rapport au premier : $X_o = b\,T'$, $T = \beta\,T'$ donne $\dfrac{X_o}{T} = \dfrac{b}{\beta}$

Mais $X_o / T = X_o / c\,t$ et X_o / t *est* la vitesse V de l'origine du deuxième repère par rapport au premier donc $X_o / T = V / c$.
Par substitution $b / \beta = V / c$ donc $b = \beta\,V / c$ donc $b^2 = \beta^2\,V^2 / c^2$.

Retour sur l'invariance de l'intervalle : par substitution de T et X $T'^2 - X'^2 = (u\,T' + v\,X')^2 - (v\,T' + u\,X')^2$

Les formules de Lorentz

Posons le problème.

Ce qu'on sait est l'invariance de l'intervalle relativiste $T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = T'^2 - X'^2 - Y'^2 - Z'^2$

Simplifions le problème : le mouvement est parallèle à l'axe des abscisse, donc $T^2 - X^2 = T'^2 - X'^2$

Résolvons-le.

Donnons-nous T, X, T' et X' et cherchons – si c'est possible – deux coefficients b et β tels que

$$\begin{aligned} X &= b\,T' + \beta\,X' \\ T &= \beta\,T' + b\,X' \end{aligned}$$

Cas particulier : le mouvement de l'origine du premier repère par rapport au premier : $\begin{aligned} X_o &= b\,T' \\ T &= \beta\,T' \end{aligned}$ donne $\dfrac{X_o}{T} = \dfrac{b}{\beta}$

Mais $X_o / T = X_o / c\,t$ et X_o / t *est* la vitesse V de l'origine du deuxième repère par rapport au premier donc $X_o / T = V / c$.
Par substitution $b / \beta = V / c$ donc $b = \beta\,V / c$ donc $b^2 = \beta^2\,V^2 / c^2$.

Retour sur l'invariance de l'intervalle : par substitution de T et X $T'^2 - X'^2 = (u\,T' + v\,X')^2 - (v\,T' + u\,X')^2$

Le développement élimine le double produit $2\,\beta\,b\,T'\,V'$ et il reste $T'^2 - X'^2 = (\beta\,T')^2 + (b\,X')^2 - (b\,T')^2 - (\beta\,X')^2$

Les formules de Lorentz

Posons le problème.

Ce qu'on sait est l'invariance de l'intervalle relativiste $T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = T'^2 - X'^2 - Y'^2 - Z'^2$

Simplifions le problème : le mouvement est parallèle à l'axe des abscisse, donc $T^2 - X^2 = T'^2 - X'^2$

Résolvons-le.

Donnons-nous T, X, T' et X' et cherchons – si c'est possible – deux coefficients b et β tels que

$$X = b\,T' + \beta\,X'$$
$$T = \beta\,T' + b\,X'$$

Cas particulier : le mouvement de l'origine du premier repère par rapport au premier : $X_o = b\,T'$, $T = \beta\,T'$ donne $\dfrac{X_o}{T} = \dfrac{b}{\beta}$

Mais $X_o / T = X_o / c\,t$ et X_o / t *est* la vitesse V de l'origine du deuxième repère par rapport au premier donc $X_o / T = V / c$.
Par substitution $b / \beta = V / c$ donc $b = \beta\,V / c$ donc $b^2 = \beta^2\,V^2 / c^2$.

Retour sur l'invariance de l'intervalle : par substitution de T et X $T'^2 - X'^2 = (u\,T' + v\,X')^2 - (v\,T' + u\,X')^2$

Le développement élimine le double produit $2\,\beta\,b\,T'\,V'$ et il reste $T'^2 - X'^2 = (\beta\,T')^2 + (b\,X')^2 - (b\,T')^2 - (\beta\,X')^2$

soit $T'^2 - X'^2 = \beta^2\,T'^2 + b^2\,X'^2 - b^2\,T'^2 - \beta^2\,X'^2 = (\beta^2 - b^2)\,(T'^2 - X'^2)$

Les formules de Lorentz

Posons le problème.

Ce qu'on sait est l'invariance de l'intervalle relativiste $T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = T'^2 - X'^2 - Y'^2 - Z'^2$

Simplifions le problème : le mouvement est parallèle à l'axe des abscisse, donc $T^2 - X^2 = T'^2 - X'^2$

Résolvons-le.

Donnons-nous T, X, T' et X' et cherchons – si c'est possible – deux coefficients b et β tels que

$$X = b\,T' + \beta\,X' \qquad T = \beta\,T' + b\,X'$$

Cas particulier : le mouvement de l'origine du premier repère par rapport au premier : $X_o = b\,T'$, $T = \beta\,T'$ donne $\dfrac{X_o}{T} = \dfrac{b}{\beta}$

Mais $X_o / T = X_o / c\,t$ et X_o / t *est* la vitesse V de l'origine du deuxième repère par rapport au premier donc $X_o / T = V / c$.
Par substitution $b / \beta = V / c$ donc $b = \beta\,V / c$ donc $b^2 = \beta^2\,V^2 / c^2$.

Retour sur l'invariance de l'intervalle : par substitution de T et X $T'^2 - X'^2 = (u\,T' + v\,X')^2 - (v\,T' + u\,X')^2$

Le développement élimine le double produit $2\,\beta\,b\,T'\,V'$ et il reste $T'^2 - X'^2 = (\beta\,T')^2 + (b\,X')^2 - (b\,T')^2 - (\beta\,X')^2$

soit $T'^2 - X'^2 = \beta^2\,T'^2 + b^2\,X'^2 - b^2\,T'^2 - \beta^2\,X'^2 = (\beta^2 - b^2)\,(T'^2 - X'^2)$, ce qui montre que $\beta^2 - b^2 = 1$.

Les formules de Lorentz

Posons le problème.

Ce qu'on sait est l'invariance de l'intervalle relativiste $T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = T'^2 - X'^2 - Y'^2 - Z'^2$

Simplifions le problème : le mouvement est parallèle à l'axe des abscisse, donc $T^2 - X^2 = T'^2 - X'^2$

Résolvons-le.

Donnons-nous T, X, T' et X' et cherchons – si c'est possible – deux coefficients b et β tels que $\begin{array}{l} X = b\,T' + \beta\,X' \\ T = \beta\,T' + b\,X' \end{array}$

Cas particulier : le mouvement de l'origine du premier repère par rapport au premier : $\begin{array}{l} X_o = b\,T' \\ T = \beta\,T' \end{array}$ donne $\dfrac{X_o}{T} = \dfrac{b}{\beta}$

Mais $X_o / T = X_o / c\,t$ et X_o / t *est* la vitesse V de l'origine du deuxième repère par rapport au premier donc $X_o / T = V / c$.

Par substitution $b / \beta = V / c$ donc $b = \beta\,V / c$ donc $b^2 = \beta^2\,V^2 / c^2$.

Retour sur l'invariance de l'intervalle : par substitution de T et X $T'^2 - X'^2 = (u\,T' + v\,X')^2 - (v\,T' + u\,X')^2$

Le développement élimine le double produit $2\,\beta\,b\,T'\,V'$ et il reste $T'^2 - X'^2 = (\beta\,T')^2 + (b\,X')^2 - (b\,T')^2 - (\beta\,X')^2$

soit $T'^2 - X'^2 = \beta^2\,T'^2 + b^2\,X'^2 - b^2\,T'^2 - \beta^2\,X'^2 = (\beta^2 - b^2)\,(T'^2 - X'^2)$, ce qui montre que $\beta^2 - b^2 = 1$.

Par substitution de b : $\beta^2\,(1 - V^2 / c^2) = 1$ donne $\beta^2 = 1 / (1 - V^2 / c^2)$.

Les formules de Lorentz

Posons le problème.

Ce qu'on sait est l'invariance de l'intervalle relativiste $T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = T'^2 - X'^2 - Y'^2 - Z'^2$

Simplifions le problème : le mouvement est parallèle à l'axe des abscisse, donc $T^2 - X^2 = T'^2 - X'^2$

Résolvons-le.

Donnons-nous T, X, T' et X' et cherchons – si c'est possible – deux coefficients b et β tels que
$$X = b\,T' + \beta\,X' \qquad T = \beta\,T' + b\,X'$$

Cas particulier : le mouvement de l'origine du premier repère par rapport au premier : $X_o = b\,T'$, $T = \beta\,T'$ donne $\dfrac{X_o}{T} = \dfrac{b}{\beta}$

Mais $X_o / T = X_o / c\,t$ et X_o / t *est* la vitesse V de l'origine du deuxième repère par rapport au premier donc $X_o / T = V / c$.
Par substitution $b / \beta = V / c$ donc $b = \beta\,V / c$ donc $b^2 = \beta^2\,V^2 / c^2$.

Retour sur l'invariance de l'intervalle : par substitution de T et X $T'^2 - X'^2 = (u\,T' + v\,X')^2 - (v\,T' + u\,X')^2$

Le développement élimine le double produit $2\,\beta\,b\,T'\,V'$ et il reste $T'^2 - X'^2 = (\beta\,T')^2 + (b\,X')^2 - (b\,T')^2 - (\beta\,X')^2$

soit $T'^2 - X'^2 = \beta^2\,T'^2 + b^2\,X'^2 - b^2\,T'^2 - \beta^2\,X'^2 = (\beta^2 - b^2)\,(T'^2 - X'^2)$, ce qui montre que $\beta^2 - b^2 = 1$.
Par substitution de b : $\beta^2\,(1 - V^2 / c^2) = 1$ donne $\beta^2 = 1 / (1 - V^2 / c^2)$.

Conclusion :
$$X = \beta\,T'\,V / c + \beta\,X' = \beta\,(V\,T' / c + X')$$
$$T = \beta\,T' + \beta\,V\,X' / c = \beta\,(T' + V\,X' / c)$$

Les formules de Lorentz

Posons le problème.

Ce qu'on sait est l'invariance de l'intervalle relativiste $T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = T'^2 - X'^2 - Y'^2 - Z'^2$

Simplifions le problème : le mouvement est parallèle à l'axe des abscisse, donc $T^2 - X^2 = T'^2 - X'^2$

Résolvons-le.

Donnons-nous T, X, T' et X' et cherchons – si c'est possible – deux coefficients b et β tels que

$$X = b\,T' + \beta\,X'$$
$$T = \beta\,T' + b\,X'$$

Cas particulier : le mouvement de l'origine du premier repère par rapport au premier : $X_o = b\,T'$, $T = \beta\,T'$ donne $\dfrac{X_o}{T} = \dfrac{b}{\beta}$

Mais $X_o / T = X_o / c\,t$ et X_o / t *est* la vitesse V de l'origine du deuxième repère par rapport au premier donc $X_o / T = V / c$.
Par substitution $b / \beta = V / c$ donc $b = \beta\,V / c$ donc $b^2 = \beta^2\,V^2 / c^2$.

Retour sur l'invariance de l'intervalle : par substitution de T et X $T'^2 - X'^2 = (u\,T' + v\,X')^2 - (v\,T' + u\,X')^2$

Le développement élimine le double produit $2\,\beta\,b\,T'\,V'$ et il reste $T'^2 - X'^2 = (\beta\,T')^2 + (b\,X')^2 - (b\,T')^2 - (\beta\,X')^2$

soit $T'^2 - X'^2 = \beta^2\,T'^2 + b^2\,X'^2 - b^2\,T'^2 - \beta^2\,X'^2 = (\beta^2 - b^2)\,(T'^2 - X'^2)$, ce qui montre que $\beta^2 - b^2 = 1$.
Par substitution de b : $\beta^2\,(1 - V^2 / c^2) = 1$ donne $\beta^2 = 1 / (1 - V^2 / c^2)$.

Conclusion : $X = \beta\,T'\,V / c + \beta\,X' = \beta(V\,T' / c + X')$
$T = \beta\,T' + \beta\,V\,X' / c = \beta\,(T' + V\,X' / c)$

La substitution de T et T' donne

$$X = \beta\,(V\,t' + X')$$
$$t = \beta\,(t' + V\,X' / c^2)$$

Ce sont les **formules** de changement de référentiel **de Lorentz**

Les formules de Lorentz

sans
oublier

$$X = \frac{X' + V\,t'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

$Y = Y'$ et
$Z = Z'$

$$t = \frac{t' + V\,X'/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

$$\beta\sqrt{1 - V^2/c^2} = 1.$$

Carré de $\beta\sqrt{1 - V^2/c^2} = 1.$

$$\beta\sqrt{1 - V^2/c^2} \quad \beta\sqrt{1 - V^2/c^2} = 1.$$

$$\beta\,\beta\sqrt{1 - V^2/c^2} \quad \sqrt{1 - V^2/c^2} = 1.$$

Par définition du carré et de la racine carrée

$$\beta^2\,(1 - V^2/c^2) = 1.$$

On x par $1 - V^2/c^2$

$$\beta^2 = 1/(1 - V^2/c^2).$$

La substitution de T et T' donne

$$X = \beta\,(V\,t' + X')$$
$$t = \beta\,(t' + V\,X'/c^2)$$

Ce sont les **formules** de changement de référentiel **de Lorentz**

La matrice métrique

Reprenons les expressions de l'intervalle relativiste

$$s^2 = T^2 - L^2 = T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = (c\,t)^2 - X^2 - Y^2 - Z^2$$

La matrice métrique

$$s^2 = \; T^2 - L^2 = \; T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = \; (c\,t)^2 - X^2 - Y^2 - Z^2$$

Comme les composantes de l'espace X, Y et Z et la "composante temporelle" $T = c\,t$ n'ont pas la même signature dans la formule (+ pour T et – pour les trois autres) on s'est intéressé à un tableau dit **matrice métrique**

$$(g) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

La matrice métrique

$$s^2 = T^2 - L^2 = T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = (c\,t)^2 - X^2 - Y^2 - Z^2$$

Comme les composantes de l'espace X, Y et Z et la "composante temporelle" $T = c\,t$ n'ont pas la même signature dans la formule (+ pour T et – pour les trois autres) on s'est intéressé à un tableau dit **matrice métrique**

$(g) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ de sorte que la figure $\begin{pmatrix} T & X & Y & Z \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T \\ X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$ redonne s^2 en additionnant les multiplications faites chacune sur l'intersection d'une ligne et une d'une colonne.

La matrice métrique

$$s^2 = \quad T^2 - L^2 = \quad T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = \quad (c\,t)^2 - X^2 - Y^2 - Z^2$$

Comme les composantes de l'espace X, Y et Z et la "composante temporelle" $T = c\,t$ n'ont pas la même signature dans la formule (+ pour T et – pour les trois autres) on s'est intéressé à un tableau dit **matrice métrique**

$$(g) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ de sorte que la figure } \begin{array}{c} \begin{bmatrix} T & X & Y & Z \end{bmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} T \\ X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

redonne s^2 en additionnant les multiplications faites chacune sur l'intersection d'une ligne et une d'une colonne.

Nouveau code :
Temps : 0
Abscisse : 1
Ordonnée : 2
cote : 3

Composantes contrevariantes

$$\begin{array}{c} \begin{bmatrix} X^0 & X^1 & X^2 & X^3 \end{bmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} X^0 \\ X^1 \\ X^2 \\ X^3 \end{bmatrix}$$

Matrice covariante

La matrice métrique

$$s^2 = \quad T^2 - L^2 = \quad T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = \quad (c\,t)^2 - X^2 - Y^2 - Z^2$$

Comme les composantes de l'espace X, Y et Z et la "composante temporelle" $T = c\,t$ n'ont pas la même signature dans la formule (+ pour T et – pour les trois autres) on s'est intéressé à un tableau dit **matrice métrique**

$$(g) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

de sorte que la figure

$$\begin{pmatrix} T & X & Y & Z \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T \\ X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

redonne s^2 en additionnant les multiplications faites chacune sur l'intersection d'une ligne et une d'une colonne.

Nouveau code :
Temps : 0
Abscisse : 1
Ordonnée : 2
cote : 3

$$\begin{pmatrix} X^0 & X^1 & X^2 & X^3 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X^0 \\ X^1 \\ X^2 \\ X^3 \end{pmatrix}$$

Généralisation en cas de repère non orthonormé ou de dérives des horloges

$$\begin{pmatrix} X^0 & X^1 & X^2 & X^3 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} g_{00} & g_{01} & g_{02} & g_{03} \\ g_{10} & g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{20} & g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{30} & g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X^0 \\ X^1 \\ X^2 \\ X^3 \end{pmatrix}$$

La matrice métrique

$$s^2 = \quad T^2 - L^2 = \quad T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = \quad (c\,t)^2 - X^2 - Y^2 - Z^2$$

Comme les composantes de l'espace X, Y et Z et la "composante temporelle" $T = c\,t$ n'ont pas la même signature dans la formule (+ pour T et – pour les trois autres) on s'est intéressé à un tableau dit **matrice métrique**

$$(g) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ de sorte que la figure } \begin{array}{c} \begin{pmatrix} T & X & Y & Z \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{array} \begin{pmatrix} T \\ X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

redonne s^2 en additionnant les multiplications faites chacune sur l'intersection d'une ligne et une d'une colonne.

Nouveau code :
Temps : 0
Abscisse : 1
Ordonnée : 2
cote : 3

$$\begin{array}{c} \begin{pmatrix} X^0 & X^1 & X^2 & X^3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{array} \begin{pmatrix} X^0 \\ X^1 \\ X^2 \\ X^3 \end{pmatrix}$$

Généralisation en cas de repère non orthonormé ou de dérives des horloges

$$\begin{array}{c} \begin{pmatrix} X^0 & X^1 & X^2 & X^3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} g_{00} & g_{01} & g_{02} & g_{03} \\ g_{10} & g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{20} & g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{30} & g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix} \end{array} \begin{pmatrix} X^0 \\ X^1 \\ X^2 \\ X^3 \end{pmatrix}$$

$$s^2 = \begin{pmatrix} \text{somme} \\ \text{de } a \text{ et } b = 0 \\ \text{à } a \text{ et } b = 3 \end{pmatrix} g_{ab}\, X^a\, X^b$$

sous-entendu dans le code des indices muets d'Einstein

La matrice métrique

covariante

$$s^2 = \quad T^2 - L^2 = \quad T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = \quad (c\,t)^2 - X^2 - Y^2 - Z^2$$

Comme les composantes de l'espace X, Y et Z et la "composante temporelle" $T = c\,t$ n'ont pas la même signature dans la formule (+ pour T et – pour les trois autres) on s'est intéressé à un tableau dit **matrice métrique**

$$(g) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

de sorte que la figure

$$\begin{pmatrix} T & X & Y & Z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T \\ X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

redonne s^2 en additionnant les multiplications faites chacune sur l'intersection d'une ligne et une d'une colonne.

Nouveau code :
Temps : 0
Abscisse : 1
Ordonnée : 2
cote : 3

$$\begin{pmatrix} X_0 & X_1 & X_2 & X_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}$$

Généralisation en cas de repère non orthonormé ou de dérives des horloges

$$\begin{pmatrix} X_0 & X_1 & X_2 & X_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_{00} & g_{01} & g_{02} & g_{03} \\ g_{10} & g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{20} & g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{30} & g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}$$

$$s^2 = \begin{pmatrix} \text{somme} \\ \text{de } a \text{ et } b = 0 \\ \text{à } a \text{ et } b = 3 \end{pmatrix} g_{ab}\, X^a\, X^b$$

$$\boxed{s^2 = g_{ab}\, X^a\, X^b}$$

si on suit le code des indices muets.

La matrice métrique

contrevariante

$$s^2 = \quad T^2 - L^2 = \quad T^2 - X^2 - Y^2 - Z^2 = \quad (c\,t)^2 - X^2 - Y^2 - Z^2$$

Comme les composantes de l'espace X, Y et Z et la "composante temporelle" $T = c\,t$ n'ont pas la même signature dans la formule (+ pour T et – pour les trois autres) on s'est intéressé à un tableau dit **matrice métrique**

$$(g) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$ de sorte que la figure $$\begin{bmatrix} T & X & Y & Z \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} T \\ X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

redonne s^2 en additionnant les multiplications faites chacune sur l'intersection d'une ligne et une d'une colonne.

Nouveau code :
Temps : 0
Abscisse : 1
Ordonnée : 2
cote : 3

Composantes covariantes

$$\begin{bmatrix} X_0 & X_1 & X_2 & X_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}$$

Matrice contrevariante

Généralisation en cas de repère non orthonormé ou de dérives des horloges

$$\begin{bmatrix} X_0 & X_1 & X_2 & X_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} g^{00} & g^{01} & g^{02} & g^{03} \\ g^{10} & g^{11} & g^{12} & g^{13} \\ g^{20} & g^{21} & g^{22} & g^{23} \\ g^{30} & g^{31} & g^{32} & g^{33} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}$$

$$s^2 = \begin{pmatrix} \text{somme} \\ \text{de } a \text{ et } b = 0 \\ \text{à } a \text{ et } b = 3 \end{pmatrix} g^{ab}\, X_a\, X_b$$

$$\boxed{s^2 = g^{ab}\, X_a\, X_b}$$ si on suit le code des indices muets.

Changer de référentiel

La matrice covariante ou contrevariante

Aucune importance en relativité restreinte,

Essentiel en relativité générale !

$s^2 = g_{ab}\, X^a\, X^b$ si on suit le code des indices muets.

$s^2 = g^{ab}\, X_a\, X_b$ si on suit le code des indices muets.

Généralités mathématiques

Les ensembles $\{a\}$ composées du seul éléments a sont des **singletons**.

Les ensembles $\{a, b\}$ composées des éléments a et b sont des **paires**.

C'est le deuxième hors sujet de cet atelier.

Mais il s'est avéré très utile pour la pédagogie de la relativité générale, laquelle est d'abord une question de changement de référentiel selon le lieu et l'instant.

Généralités mathématiques

Les ensembles $\{a\}$ composées du seul éléments a sont des **singletons**.

Les ensembles $\{a, b\}$ composées des éléments a et b sont des **paires**.

Même si $a \neq b$ les paires $\{a, b\}$ et $\{b, a\}$ sont cofondues.

Généralités mathématiques

Les ensembles $\{a\}$ composées du seul éléments a sont des **singletons**.

Les ensembles $\{a, b\}$ composées des éléments a et b sont des **paires**.

Même si $a \neq b$ les paires $\{a, b\}$ et $\{b, a\}$ sont cofondues.

Si $a \neq b$ alors les paires $\{\{a, b\}, \{b\}\}$ et $\{\{b, a\}, \{a\}\}$ ne sont pas cofondues.

Généralités mathématiques

Les ensembles $\{a\}$ composées du seul éléments a sont des **singletons**.

Les ensembles $\{a, b\}$ composées des éléments a et b sont des **paires**.

Même si $a \neq b$ les paires $\{a, b\}$ et $\{b, a\}$ sont cofondues.

Si $a \neq b$ alors les paires $\{\{a, b\} , \{b\}\}$ et $\{\{b, a\} , \{a\}\}$ ne sont pas cofondues.

Ces ensembles très utilisés sont des **couples**.

Leur écriture est trop lourde : on préfère (a , b) et (b , a).

Antécédent

Image

Généralités mathématiques

Les ensembles $\{a\}$ composées du seul éléments a sont des **singletons**.

Les ensembles $\{a, b\}$ composées des éléments a et b sont des **paires**.

Même si $a \neq b$ les paires $\{a, b\}$ et $\{b, a\}$ sont cofondues.

Si $a \neq b$ alors les paires $\{\{a, b\} , \{b\}\}$ et $\{\{b, a\} , \{a\}\}$ ne sont pas cofondues.

Ces ensembles très utilisés sont des **couples**.

Leur écriture est trop lourde : on préfère (a , b) et (b , a).

Une **fonction** est un ensemble de couples dans lequel chaque antécédent n'a qu'une image.

En collège par exemple, si m et p sont deux nombres donnés, on apprend la fonction affine comme un ensemble des couples $(x , m x + p)$.

Généralités mathématiques

Point de vue ensembliste

Les ensembles $\{a\}$ composées du seul éléments a sont des **singletons**.

Les ensembles $\{a, b\}$ composées des éléments a et b sont des **paires**.

Même si $a \neq b$ les paires $\{a, b\}$ et $\{b, a\}$ sont cofondues.

Si $a \neq b$ alors les paires $\{\{a, b\} , \{b\}\}$ et $\{\{b, a\} , \{a\}\}$ ne sont pas cofondues.

Ces ensembles très utilisés sont des **couples**.

Leur écriture est trop lourde : on préfère (a , b) et (b , a).

Une **fonction** est un ensemble de couples dans lequel chaque antécédent n'a qu'une image.

Une **forme** est une fonction dont les antécédents sont des vecteurs et les images des nombres.

Généralités mathématiques

Point de vue ensembliste

Les ensembles $\{a\}$ composées du seul éléments a sont des **singletons**.

Les ensembles $\{a, b\}$ composées des éléments a et b sont des **paires**.

Même si $a \neq b$ les paires $\{a, b\}$ et $\{b, a\}$ sont cofondues.

Si $a \neq b$ alors les paires $\{\{a, b\} , \{b\}\}$ et $\{\{b, a\} , \{a\}\}$ ne sont pas cofondues.

Ces ensembles très utilisés sont des **couples**.

Leur écriture est trop lourde : on préfère (a , b) et (b , a).

Une **fonction** est un ensemble de couples dans lequel chaque antécédent n'a qu'une image.

Une **forme** est une fonction dont les antécédents sont des vecteurs et les images des nombres.

Exemple : le carré d'un intervalle relativiste $s = g_{ab}\, X^a\, X^b$ est une forme.

Une **suite de trois** est une fonction dont les antécédents sont des couples. $((x , y) , z)$ est par exemple écrite (a , b , c) dans la convention de gauche à droite.

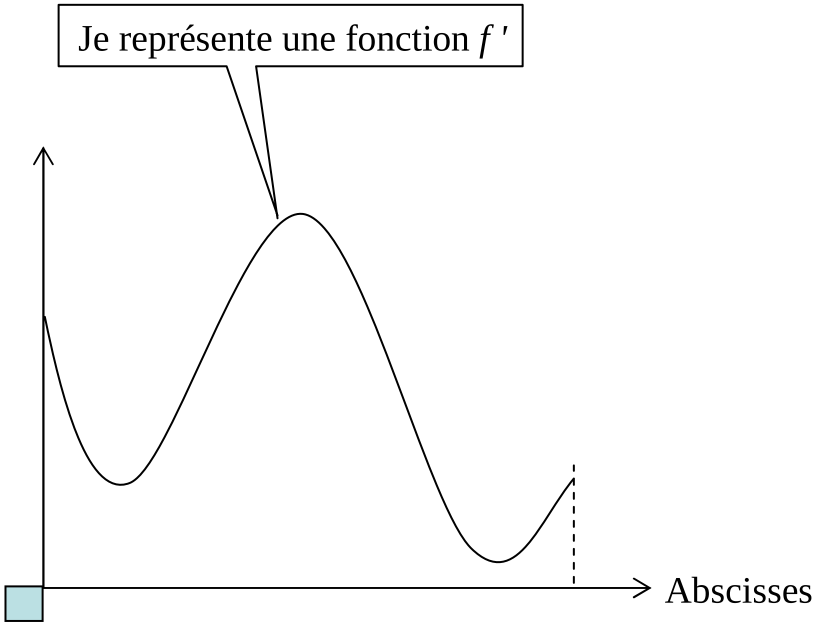
Une **opération** est une suite de trois particulière. L'addition des nombres en est un exemple : si la suite $((a , b) , c)$ lui appartient alors l'usage est de l'écrire $a + b = c$. La suite (50 , 15 , 65) appartient à l'addition, pas la suite (50 , 21 , 65).

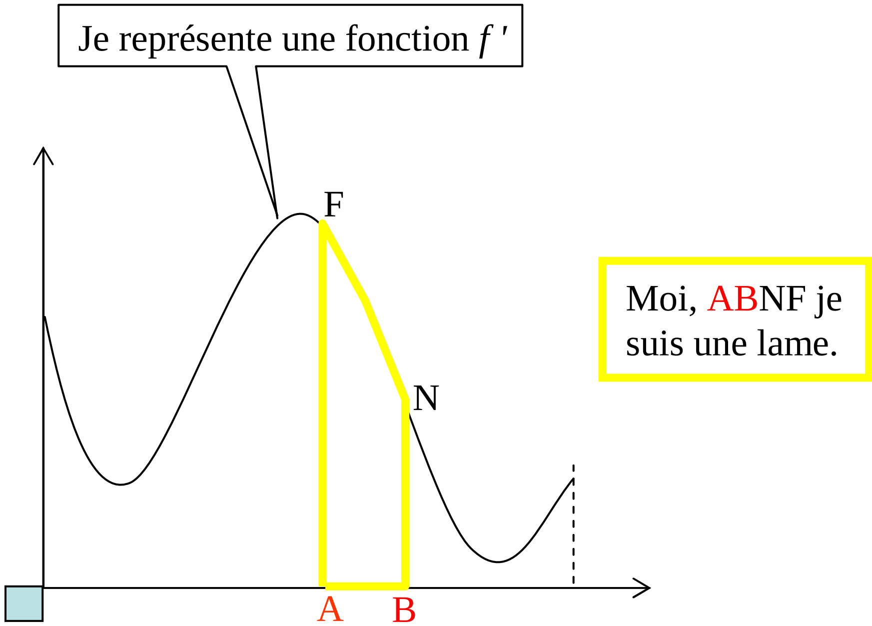
De proche en proche, on conçoit des **suites de *n*** : $((t , x , y) , z)$ est une suite de quatre (t , x , y , z) et ainsi de suite.

Si les antécédents d'une fonction sont des suites de $n + 1$ comme $(x^0 \ldots x^n)$, on appelle **variables** les objets $x^0, \ldots x^n$.

En relativité générale, un référentiel général est une fonction dont les antécédents sont des lieux de l'espace-temps et les images des référentiels locaux.

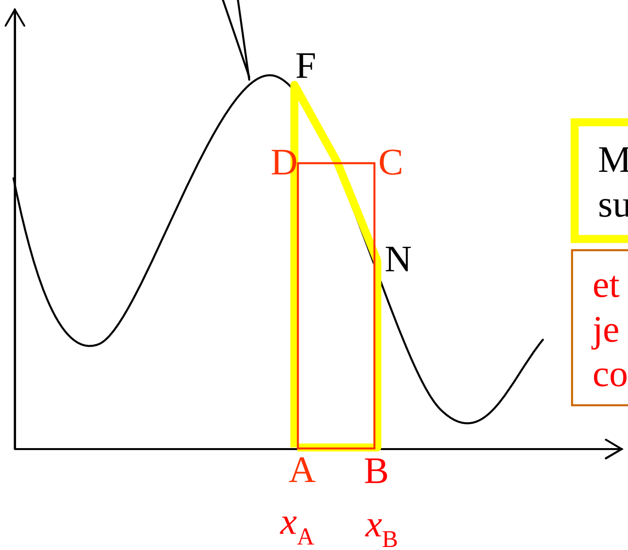
Généralités mathématiques




Je représente une fonction *f '*
F
N
A
B
Moi, ABNF je suis une lame.

Généralités mathématiques

Je représente une fonction f'

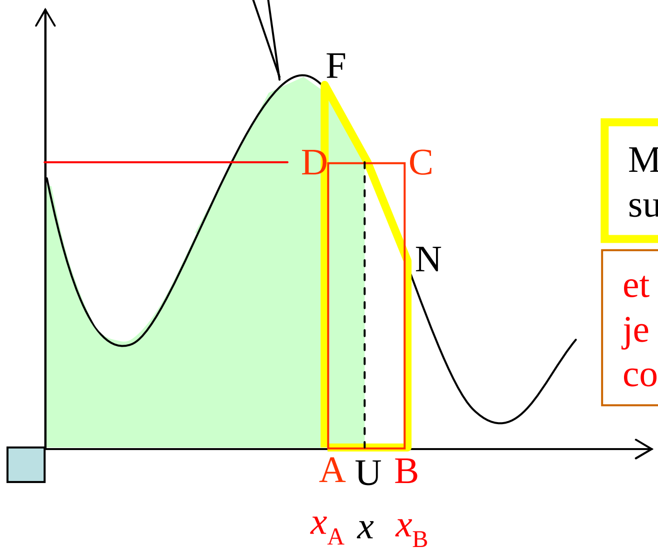


Moi, ABNF je suis une lame.

et moi ABCD, je suis une colonne

Généralités mathématiques

Je représente une fonction f'



Moi, ABNF je suis une lame.

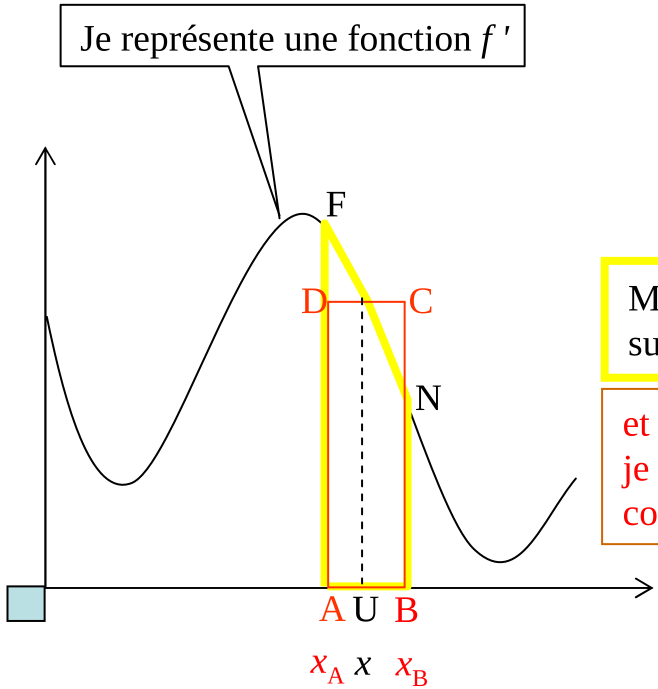
et moi ABCD, je suis une colonne

Parce que la position de U est particulière

nous, MFD et MCN avons la même aire

Moi, la surface verte, je représente une autre fonction f

Généralités mathématiques



Moi, ABNF je suis une lame.

et moi ABCD, je suis une colonne

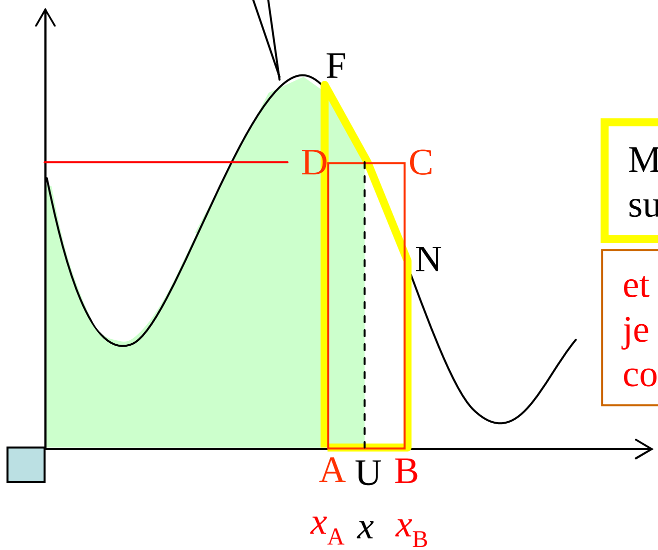
Parce que la position de U est particulière

nous, MFD et MCN avons la même aire

donc nous, lame et colonne avons la même aire.

Généralités mathématiques

Je représente une fonction $f\,'$



Moi, la surface verte, je représente une autre fonction f

Moi, ABNF je suis une lame.

et moi ABCD, je suis une colonne

Parce que la position de U est particulière

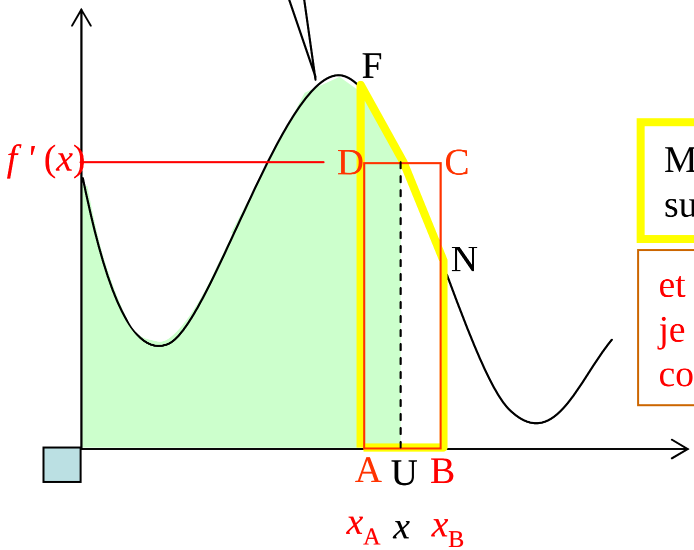
nous, MFD et MCN avons la même aire

donc nous, lame et colonne avons la même aire.

donc l'aire de la colonne est exactement la variation de f entre les abscisses x_A et x_B.

Généralités mathématiques

Je représente une fonction $f\,'$



Moi, la surface verte, je représente une autre fonction f

Moi, ABNF je suis une lame.

et moi ABCD, je suis une colonne

Parce que la position de U est particulière

nous, MFD et MCN avons la même aire

donc nous, lame et colonne avons la même aire.

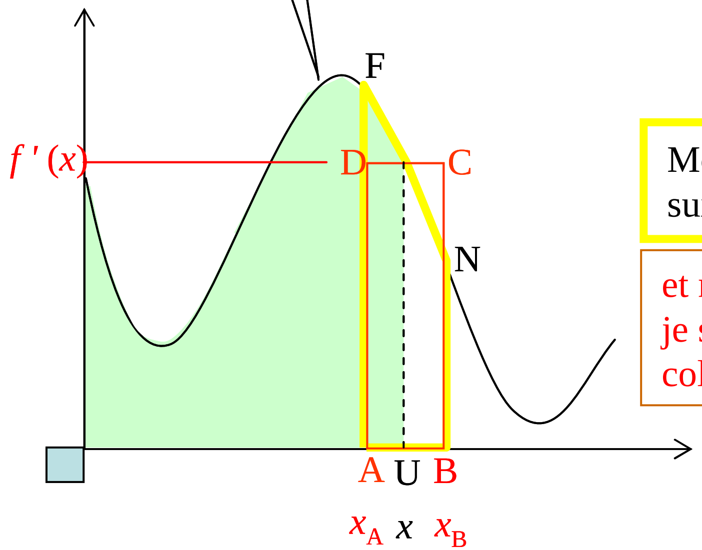
donc l'aire de la colonne est exactement la variation de f entre les abscisses x_A et x_B.

$$df = f\,'(x)\,(x_B - x_A)$$

Généralités mathématiques

Calcul différentiel

Je représente une fonction $f\,'$



Moi, la surface verte, je représente une autre fonction f

Moi, ABNF je suis une lame.

et moi ABCD, je suis une colonne

Parce que la position de U est particulière

nous, MFD et MCN avons la même aire

donc nous, lame et colonne avons la même aire.

donc l'aire de la colonne est exactement la variation de f entre les abscisses x_A et x_B.

$\mathrm{d}f = f\,'(x)\,(x_B - x_A)$

On m'appelle dx

$\mathrm{d}f = f\,'(x)\,\mathrm{d}x$

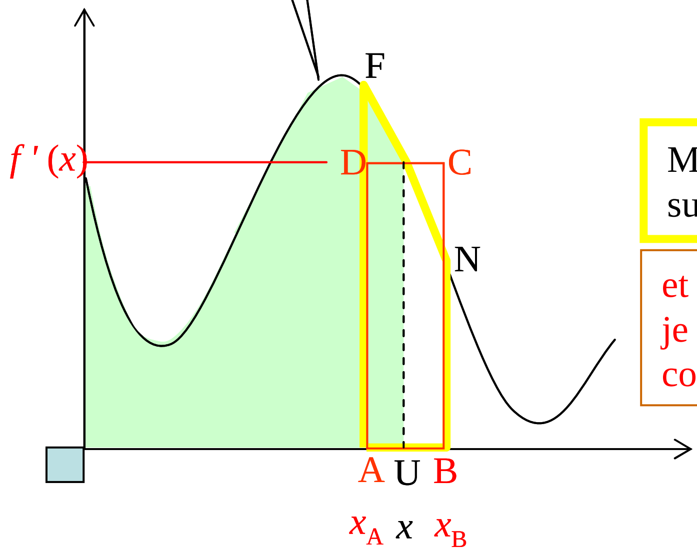
Une algèbre donne $\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x} = f\,'(x)$

Généralités mathématiques

Calcul différentiel

Je représente une fonction f'

et on m'appelle **dérivée** de f



Moi, ABNF je suis une lame.

et moi ABCD, je suis une colonne

Parce que la position de U est particulière

nous, MFD et MCN avons la même aire

donc nous, lame et colonne avons la même aire.

Moi, la surface verte, je représente une autre fonction f

donc l'aire de la colonne est exactement la variation de f entre les abscisses x_A et x_B.

$df = f'(x)\,(x_B - x_A)$

On m'appelle dx

$df = f'(x)\,dx$

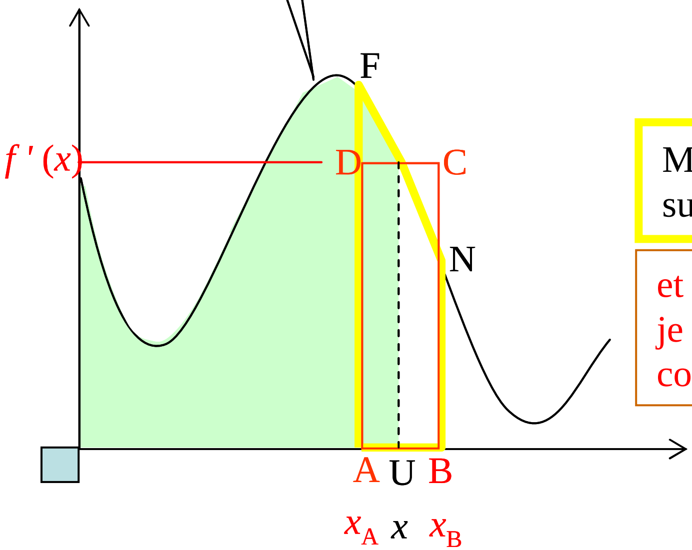
$$\frac{df}{dx} = f'(x)$$

Généralités mathématiques

Calcul différentiel

Je représente une fonction $f\,'$

et on m'appelle **dérivée** de f



Moi, ABNF je suis une lame.

et moi ABCD, je suis une colonne

Parce que la position de U est particulière

nous, MFD et MCN avons la même aire

donc nous, lame et colonne avons la même aire.

Moi, la surface verte, je représente une autre fonction f

donc l'aire de la colonne est exactement la variation de f entre les abscisses x_A et x_B.

$df = f\,'(x)\,(x_B - x_A)$

On m'appelle dx

Exemple : une vitesse est une dérivée, la variable étant le temps $\dfrac{dx^a}{dt} = V^a$.

$df = f\,'(x)\,dx$

$$\frac{df}{dx} = f\,'(x)$$

Généralités mathématiques

Calcul différentiel avec plus d'une variable

Soit f une fonction des quatre variables de l'espace-temps quadrillé par un référentiel.

Des images sont écrites $f(t\ ,\ x\ ,\ y\ ,\ z)$ ou encore $f(x^a)$, l'indice a allant de 0 à 3.

Généralités mathématiques

Calcul différentiel avec plus d'une variable

Soit f une fonction des quatre variables de l'espace-temps quadrillé par un référentiel.

Des images sont écrites $f(t , x , y , z)$ ou encore $f(x^a)$, l'indice a allant de 0 à 3.

Une variation de f quand on passe d'un lieu de l'espace-temps à un autre on peut le faire composante par composante dans l'ordre qu'on veut puis cumuler les variations:

$$\mathrm{d}f = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t + \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\,\mathrm{d}x + \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}y}\,\mathrm{d}y + \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{dz}}\,\mathrm{dz}.$$

Généralités mathématiques

Calcul différentiel avec plus d'une variable

Soit *f* une fonction des quatre variables de l'espace-temps quadrillé par un référentiel.

Des images sont écrites $f(t\ ,\ x\ ,\ y\ ,\ z)$ ou encore $f(x^a)$, l'indice *a* allant de 0 à 3.

Une variation de *f* quand on passe d'un lieu de l'espace-temps à un autre on peut le faire composante par composante dans l'ordre qu'on veut puis cumuler les variations: $\mathrm{d}f = \dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t + \dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\,\mathrm{d}x + \dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}y}\,\mathrm{d}y + \dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}z}\,\mathrm{d}z.$

Mais une question de pose : il est sous-entendu que chaque défivée est définie en ne faisant varier qu'une des quatre composantes à la fois, ce que la formule ne mentionne pas. Leibniz proposa au XVIIe siècle de remplacer dans les dérivées les "d" droits de l'alphabet par des "∂" ronds et alors $\mathrm{d}f = \dfrac{\partial f}{\partial t}\,\mathrm{d}t + \dfrac{\partial f}{\partial x}\,\mathrm{d}x + \dfrac{\partial f}{\partial y}\,\mathrm{d}y + \dfrac{\partial f}{\partial z}\,\mathrm{d}z.$

Généralités mathématiques

Calcul différentiel avec plus d'une variable

Soit f une fonction des quatre variables de l'espace-temps quadrillé par un référentiel.

Des images sont écrites $f(t\ , x\ , y\ , z)$ ou encore $f(x^a)$, l'indice a allant de 0 à 3.

Une variation de f quand on passe d'un lieu de l'espace-temps à un autre on peut le faire composante par composante dans l'ordre qu'on veut puis cumuler les variations: $\mathrm{d}f = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t + \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\,\mathrm{d}x + \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}y}\,\mathrm{d}y + \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}z}\,\mathrm{d}z.$

Mais une question de pose : il est sous-entendu que chaque défivée est définie en ne faisant varier qu'une des quatre composantes à la fois, ce que la formule ne mentionne pas. Leibniz proposa au XVIIe siècle de remplacer dans les dérivées les "d" droits de l'alphabet par des "∂" ronds et alors $\mathrm{d}f = \frac{\partial f}{\partial t}\,\mathrm{d}t + \frac{\partial f}{\partial x}\,\mathrm{d}x + \frac{\partial f}{\partial y}\,\mathrm{d}y + \frac{\partial f}{\partial z}\,\mathrm{d}z.$

Numéroter les composantes permet d'appliquer le code des indices muets : $\mathrm{d}f = \frac{\partial f}{\partial x^a}\mathrm{d}x^a$

Généralités mathématiques

Équations différentielles

L'**opérateur dérivation** est la fonction dont les antécédents sont des fonctions et les images leurs dérivée. Elles sont codées comme ça : l'ensemble des couples $\left(f\,,\ \frac{\partial f}{\partial x^a} \right)$ est écrit $\frac{\partial}{\partial x^a}$.

Généralités mathématiques

Équations différentielles

L'**opérateur dérivation** est la fonction dont les antécédents sont des fonctions et les images leurs dérivée. Elles sont codées comme ça : l'ensemble des couples $\left(f, \dfrac{\partial f}{\partial x^a}\right)$ est écrit $\dfrac{\partial}{\partial x^a}$.

Cela autorise les écritures synonymes $\dfrac{\partial f}{\partial x^a} = \dfrac{\partial}{\partial x^a} f$. De même $\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f$.

Généralités mathématiques

Équations différentielles

L'**opérateur dérivation** est la fonction dont les antécédents sont des fonctions et les images leurs dérivée. Elles sont codées comme ça : l'ensemble des couples $\left(f, \dfrac{\partial f}{\partial x^a} \right)$ est écrit $\dfrac{\partial}{\partial x^a}$.

Cela autorise les écritures synonymes $\dfrac{\partial f}{\partial x^a} = \dfrac{\partial}{\partial x^a} f$. De même $\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f$.

Une accélération est une **dérivée deuxième** ou **dérivée seconde** ou **dérivée d'ordre 2** : $A^k = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V^k = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} x^k$.

Généralités mathématiques

Équations différentielles

L'**opérateur dérivation** est la fonction dont les antécédents sont des fonctions et les images leurs dérivée. Elles sont codées comme ça : l'ensemble des couples $\left(f,\ \frac{\partial f}{\partial x^a}\right)$ est écrit $\frac{\partial}{\partial x^a}$.

Cela autorise les écritures synonymes $\frac{\partial f}{\partial x^a} = \frac{\partial}{\partial x^a} f$. De même $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f$.

Une accélération est une **dérivée deuxième** ou **dérivée seconde** ou **dérivée d'ordre 2** : $A^k = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V^k = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} x^k$.

On conçoit aussi des dérivée d'ordre deux partielles comme $\frac{\partial}{\partial x^a} \frac{\partial}{\partial x^b} = \frac{\partial^2}{\partial x^a \partial x^b}$ (on a le droit de grouper les numérateurs et les dénomitaurs).

Généralités mathématiques

Équations différentielles

L'**opérateur dérivation** est la fonction dont les antécédents sont des fonctions et les images leurs dérivée. Elles sont codées comme ça : l'ensemble des couples $\left(f, \dfrac{\partial f}{\partial x^a}\right)$ est écrit $\dfrac{\partial}{\partial x^a}$.

Cela autorise les écritures synonymes $\dfrac{\partial f}{\partial x^a} = \dfrac{\partial}{\partial x^a} f$. De même $\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f$.

Une accélération est une **dérivée deuxième** ou **dérivée seconde** ou **dérivée d'ordre 2** : $A^k = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V^k = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} x^k$.

On conçoit aussi des dérivée d'ordre deux partielles comme $\dfrac{\partial}{\partial x^a} \dfrac{\partial}{\partial x^b} = \dfrac{\partial^2}{\partial x^a \partial x^b}$ (on a le droit de grouper les numérateurs et les dénomitaurs). Un cas particulier est $\dfrac{\partial^2}{\partial x^a \partial x^a} = \dfrac{\partial^2}{\partial x^{a\,2}}$, par exemple $\dfrac{\partial^2}{\partial x\, \partial x} = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2}$

Généralités mathématiques

Équations différentielles

L'**opérateur dérivation** est la fonction dont les antécédents sont des fonctions et les images leurs dérivée. Elles sont codées comme ça : l'ensemble des couples $\left(f,\ \frac{\partial f}{\partial x^a}\right)$ est écrit $\frac{\partial}{\partial x^a}$.

Cela autorise les écritures synonymes $\frac{\partial f}{\partial x^a} = \frac{\partial}{\partial x^a} f$. De même $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f$.

Une accélération est une **dérivée deuxième** ou **dérivée seconde** ou **dérivée d'ordre 2** : $A^k = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V^k = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} x^k$.

On conçoit aussi des dérivée d'ordre deux partielles comme $\frac{\partial}{\partial x^a} \frac{\partial}{\partial x^b} = \frac{\partial^2}{\partial x^a \partial x^b}$ (on a le droit de grouper les numérateurs et les dénomitaurs). Un cas particulier est $\frac{\partial^2}{\partial x^a \partial x^a} = \frac{\partial^2}{\partial x^{a\,2}}$, par exemple $\frac{\partial^2}{\partial x\ \partial x} = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$

Dalembert a démontré que toute onde est modélisable comme solution de l'équation

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial x^a \partial x^a} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) f = 0.$$

Généralités mathématiques

Équations différentielles

L'**opérateur dérivation** est la fonction dont les antécédents sont des fonctions et les images leurs dérivée. Elles sont codées comme ça : l'ensemble des couples $\left(f, \dfrac{\partial f}{\partial x^a}\right)$ est écrit $\dfrac{\partial}{\partial x^a}$.

Cela autorise les écritures synonymes $\dfrac{\partial f}{\partial x^a} = \dfrac{\partial}{\partial x^a} f$. De même $\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f$.

Une accélération est une **dérivée deuxième** ou **dérivée seconde** ou **dérivée d'ordre 2** : $A^k = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V^k = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} x^k$.

On conçoit aussi des dérivée d'ordre deux partielles comme $\dfrac{\partial}{\partial x^a} \dfrac{\partial}{\partial x^b} = \dfrac{\partial^2}{\partial x^a \partial x^b}$ (on a le droit de grouper les numérateurs et les dénomitaurs). Un cas particulier est $\dfrac{\partial^2}{\partial x^a \partial x^a} = \dfrac{\partial^2}{\partial x^{a\,2}}$, par exemple $\dfrac{\partial^2}{\partial x\, \partial x} = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2}$

Dalembert a démontré que toute onde est modélisable comme solution de l'équation

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial x^a \partial x^a} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) f = 0.$$

Avec le code des indices muets on devrait écrire $\dfrac{\partial^2}{\partial x^a \partial x^a} = 0$.

Généralités mathématiques

Équations différentielles

L'**opérateur dérivation** est la fonction dont les antécédents sont des fonctions et les images leurs dérivée. Elles sont codées comme ça : l'ensemble des couples $\left(f, \frac{\partial f}{\partial x^a}\right)$ est écrit $\frac{\partial}{\partial x^a}$.

Cela autorise les écritures synonymes $\frac{\partial f}{\partial x^a} = \frac{\partial}{\partial x^a} f$. De même $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f$.

Une accélération est une **dérivée deuxième** ou **dérivée seconde** ou **dérivée d'ordre 2** : $A^k = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V^k = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} x^k$.

On conçoit aussi des dérivée d'ordre deux partielles comme $\frac{\partial}{\partial x^a} \frac{\partial}{\partial x^b} = \frac{\partial^2}{\partial x^a \partial x^b}$ (on convient de grouper les numérateurs et les dénomitaurs).

Un cas particulier est $\frac{\partial^2}{\partial x^a \partial x^a} = \frac{\partial^2}{\partial x^{a\,2}}$, par exemple $\frac{\partial^2}{\partial x\ \partial x} = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$

Dalembert a démontré que toute onde est modélisable comme solution de l'équation

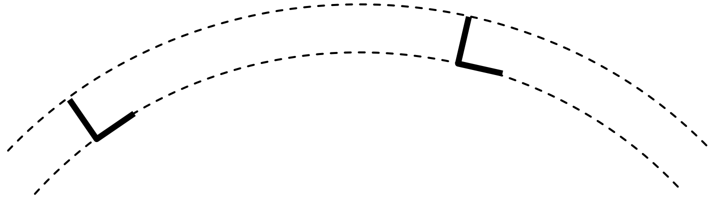
$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial x^a \partial x^a} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) f = 0.$$

Avec le code des indices muets on devrait écrire $\frac{\partial^2}{\partial x^a \partial x^a} = 0$.

Mais avec ce code, il faut qu'un exemplaire d'un indice muets soit écrit en haut et l'autre en bas. On se sert alors de la matrice métrique $g^{ab} \frac{\partial^2}{\partial x^a \partial x^b} = 0$.

La courbure de l'espace temps

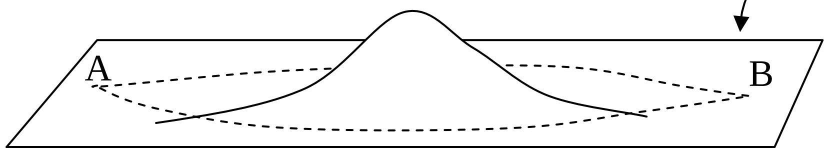
Cas d'un repère



Empennages et pointes des vecteurs
unitaires suivent des lignes géodésiques

Une géodésique est
la ligne la plus courte
entre deux points
donnés

quoiqu'il puisse en exister
plusieurs pour une paire
donnée de points !

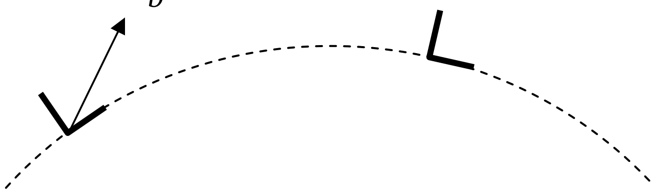


La courbure de l'espace temps

Soit une flèche et x^a ses composantes

Composantes des flèches du premier référentiel exprimées dans lui-même

$$X^a = e^a{}_b \, X^b$$

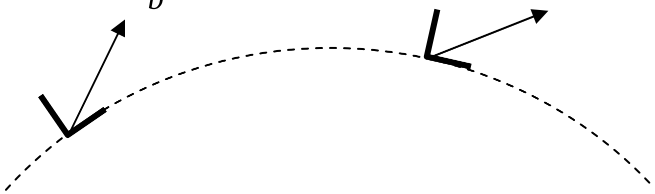


La courbure de l'espace temps

Son "transport parallèle"

Par définition, dans un "transport parallèle", d'un référentiel local à un autre, les composantes d'une flèche restent invariantes.

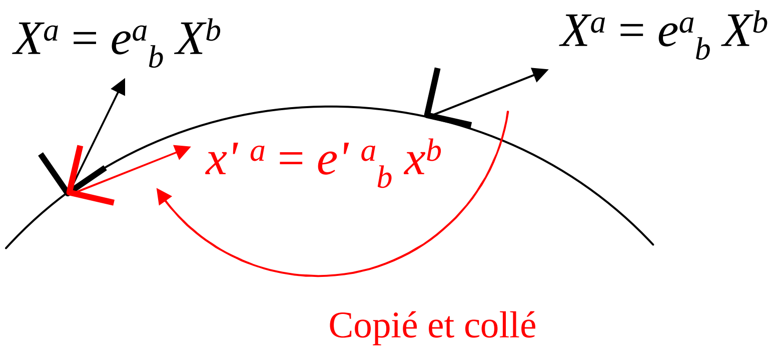
$X^a = e^a{}_b\, X^b$ $\qquad$ $X^a = e^a{}_b\, X^b$



Les composantes de toutes les flèches restent invariantes

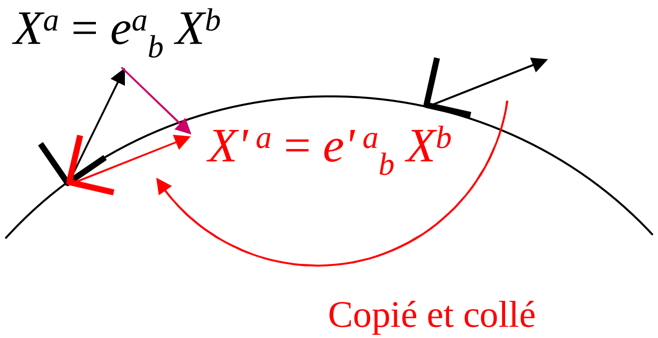
La courbure de l'espace temps

Les flèches transportées sont copiées et collées

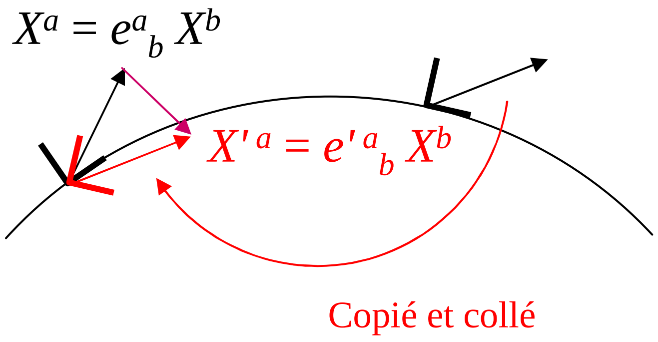


La courbure de l'espace temps

La flèche et sa copie sont comparées $X^a - X'^a = (e'^a{}_b - e^a{}_b)\, X^b$



La courbure de l'espace temps



$$X^a - X'^a = (e'^a{}_b - e^a{}_b)\, X^b \longrightarrow e'^a{}_b - e^a{}_b = \frac{\partial\, e^a{}_b}{\partial\, x^c}\, \mathrm{d}x^c$$

Calcul différentiel

Nommé $\Gamma^a{}_{bc}$, je suis un **coefficient de Christoffel**

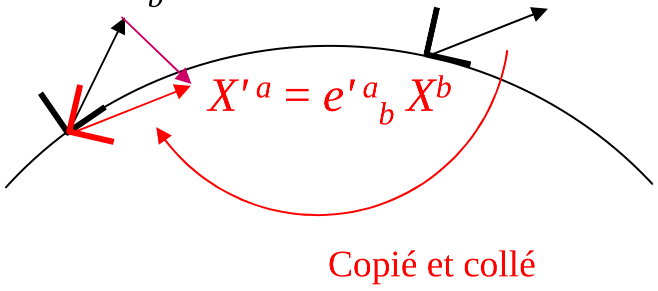
On tient compte des effets des variations des trois coordonnées du lieu

La courbure de l'espace temps

$X^a - X'^a = (e'^a{}_b - e^a{}_b)\, X^b \longrightarrow e'^a{}_b - e^a{}_b = \dfrac{\partial e^a{}_b}{\partial x^c} \mathrm{d}x^c$

Nommez-moi δX^a

$X^a = e^a{}_b\, X^b$

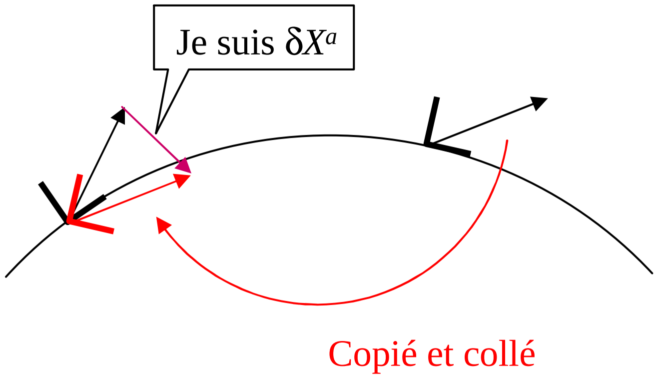


$\delta x^a = \Gamma^a{}_{bc}\, X^b\, \mathrm{d}x^c$

Nommé $\Gamma^a{}_{bc}$, je suis un **coefficient de Christoffel**

La courbure de l'espace temps

$$X^a - X'^a = (e'^a{}_b - e^a{}_b)\, X^b \longrightarrow e'^a{}_b - e^a{}_b = \frac{\partial\, e^a{}_b}{\partial\, x^c}\, \mathrm{d}x^c$$

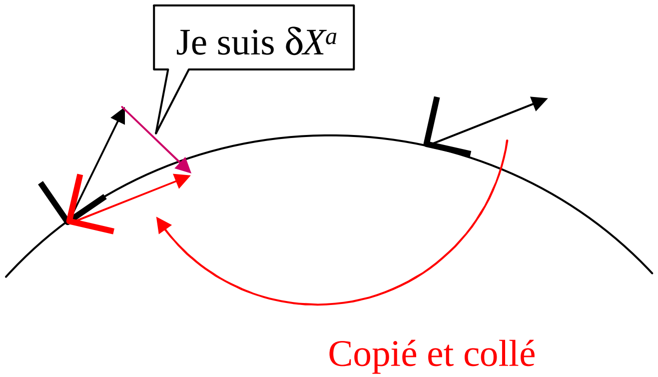


$$\delta x^a = \Gamma^a{}_{bc}\, X^b\, \mathrm{d}x^c$$

Il existe une formule (compliquée) pour m'exprimer à partir du tenseur métrique.

$$\Gamma^a{}_{bc} = \frac{1}{2}\, g^{am} \left(\frac{\partial}{\partial x^b}\, g_{mc} + \frac{\partial}{\partial x^c}\, g_{mb} - \frac{\partial}{\partial x^m}\, g_{bc} \right) \quad !$$

La courbure de l'espace temps



$$X^a - X'^a = (e'^a{}_b - e^a{}_b)\, X^b \longrightarrow e'^a{}_b - e^a{}_b = \frac{\partial e^a{}_b}{\partial x^c}\, dx^c$$

Nommé $\Gamma^a{}_{bc}$, je suis un **coefficient de Christoffel**

$$\delta x^a = \Gamma^a{}_{bc}\, X^b\, dx^c$$

Si *a* est donné et *b* et *c* vont de 1 à 3

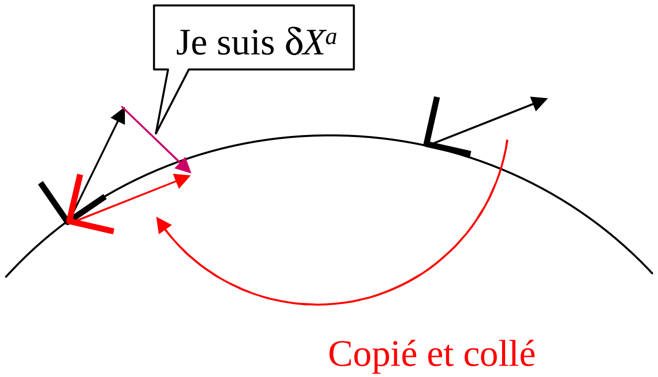
$$\delta X^a = \Gamma^a{}_{00}\, X^0\, dx^0 + \Gamma^a{}_{0c}\, X^0\, dx^c + \Gamma^a{}_{b0}\, X^b\, dx^0 + \Gamma^a{}_{bc}\, X^b\, dx^c$$

La courbure de l'espace temps

$$X^a - X'^a = (e'^a_{\ b} - e^a_{\ b})\, X^b \longrightarrow e'^a_{\ b} - e^a_{\ b} = \frac{\partial e^a_{\ b}}{\partial x^c}\, dx^c$$

Nommé $\Gamma^a_{\ bc}$, je suis un **coefficient de Christoffel**

$$\delta x^a = \Gamma^a_{\ bc}\, X^b\, dx^c$$



Si *a* est donné et *b* et *c* vont de 1 à 3

$$\delta X^a = \Gamma^a_{\ 00}\, X^0\, dx^0 + \Gamma^a_{\ 0c}\, X^0\, dx^c + \Gamma^a_{\ b0}\, X^b\, dx^0 + \Gamma^a_{\ bc}\, X^b\, dx^c$$

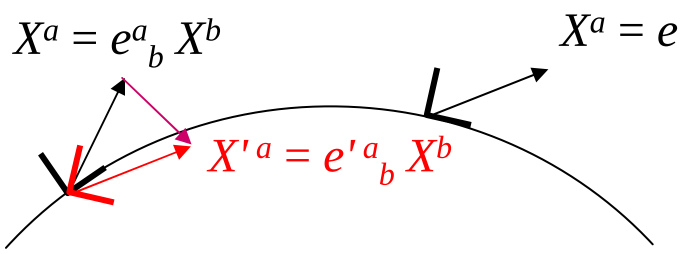
$$\delta X^a = \Gamma^a_{\ 00}\, X^0\, c\, dt + \Gamma^a_{\ 0c}\, X^0\, dx^c + \Gamma^a_{\ b0}\, X^b\, c\, dt + \Gamma^a_{\ bc}\, X^b\, dx^c$$

La courbure de l'espace temps

$$\delta X^a = (e'^a{}_b - e^a{}_b)\, X^b \longrightarrow e'^a{}_b - e^a{}_b = \frac{\partial e^a{}_b}{\partial x^c}\, dx^c$$

Calcul différentiel

Nommé $\Gamma^a{}_{bc}$, je suis un **coefficient de Christoffel**



Conclusion

$$\delta X^a = \Gamma^a{}_{bc}\, X^b\, dx^c$$

Les termes contenant c = 300 000 000 **m/s** sont numériquement dominants

$$\delta X^a = \Gamma^a{}_{00}\, X^0\, c\, dt + \cancel{\Gamma^a{}_{0c}\, X^0\, dx^c} + \Gamma^a{}_{b0}\, X^b\, c\, dt + \cancel{\Gamma^a{}_{bc}\, X^b\, dx^c}$$

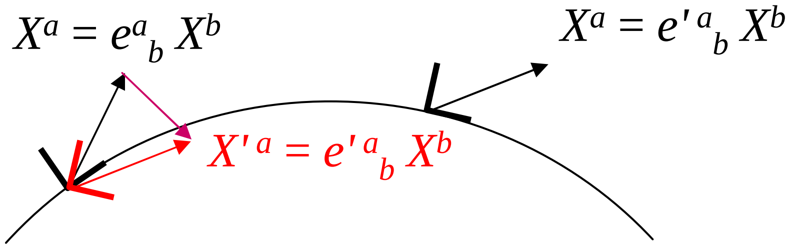
$$\delta X^a = \Gamma^a{}_{00}\, X^0\, c\, dt + \Gamma^a{}_{b0}\, X^b\, c\, dt$$

La courbure de l'espace temps

$\delta X^a = (e'^a{}_b - e^a{}_b)\, X^b \longrightarrow e'^a{}_b - e^a{}_b = \dfrac{\partial e^a{}_b}{\partial x^c}\, dx^c$

Calcul différentiel

Nommé $\Gamma^a{}_{bc}$, je suis un **coefficient de Christoffel**



Conclusion

$\delta X^a = \Gamma^a{}_{bc} X^b dx^c$

Les termes contenant c = 300 000 000 **m/s** sont numériquement dominants

$$\delta X^a = \Gamma^a{}_{00} X^0 c\, dt + \cancel{\Gamma^a{}_{0c} X^0 dx^c} + \Gamma^a{}_{b0} X^b c\, dt + \cancel{\Gamma^a{}_{bc} X^b dx^c}$$

$$\delta X^a \approx \Gamma^a{}_{00} X^0 c\, dt + \Gamma^a{}_{b0} X^b c\, dt$$

Cas particulier : si X^a est une composante u^a de la quadri vitesse

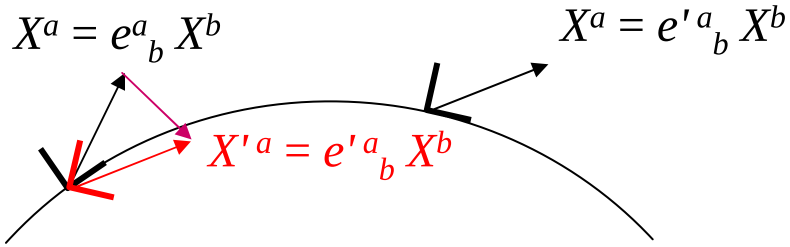
$$\delta u^a = (\Gamma^a{}_{00} u^0 + \Gamma^a{}_{b0} u^b)\, c\, dt$$

La courbure de l'espace temps

$\delta X^a = (e'^a{}_b - e^a{}_b)\, X^b \longrightarrow e'^a{}_b - e^a{}_b = \dfrac{\partial e^a{}_b}{\partial x^c}\, dx^c$

Calcul différentiel

Nommé $\Gamma^a{}_{bc}$, je suis un **coefficient de Christoffel**



Conclusion

$\delta X^a = \Gamma^a{}_{bc}\, X^b\, dx^c$

Les termes contenant c = 300 000 000 **m/s** sont numériquement dominants

$$\delta X^a = \Gamma^a{}_{00}\, X^0\, c\, dt + \cancel{\Gamma^a{}_{0c}\, X^0\, dx^c} + \Gamma^a{}_{b0}\, X^b\, c\, dt + \cancel{\Gamma^a{}_{bc}\, X^b\, dx^c}$$

$$\delta X^a \approx \Gamma^a{}_{00}\, X^0\, c\, dt + \Gamma^a{}_{b0}\, X^b\, c\, dt$$

Cas particulier : si X^a est une composante u^a de la quadri vitesse

$$\delta u^a = (\Gamma^a{}_{00}\, u^0 + \Gamma^a{}_{b0}\, u^b)\, c\, dt$$

Pour un corps lent $u^a \approx V^a / c$ et $u^0 \approx 1$

$$\delta V^a = \Gamma^a{}_{00}\, c\, dt + \cancel{\Gamma^a{}_{b0}\, u^b}$$

Voici comment la courbure peut expliquer la gravitation.

Je suis l'accélération ordinaire

$$\delta V^a / dt \approx \Gamma^a{}_{00}\, c$$

La courbure de l'espace temps

D'un lieu de mesure à un autre une même durée s'exprime différemment

$$\frac{\sqrt{g_{00}}}{\sqrt{g'_{00}}} = \frac{c\,\mathrm{d}t}{c\,\mathrm{d}t'}$$

Je suis invariant d'un lieu de mesure à un autre

$$\sqrt{g_{00}}\;c\,\mathrm{d}t = \mathrm{d}s = \sqrt{g'_{00}}\;c\,\mathrm{d}t'$$

Mesuré avec une horloge située en un lieu A de notre espace

Mesuré avec une horloge située en un lieu B de notre espace

$$\frac{\sqrt{g_{00}}}{\sqrt{g'_{00}}} = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}L'}$$

= rapport entre l'avancement de deux points d'un même front d'onde

Soient deux événements se produisant l'un après l'autre au même endroit de notre espace

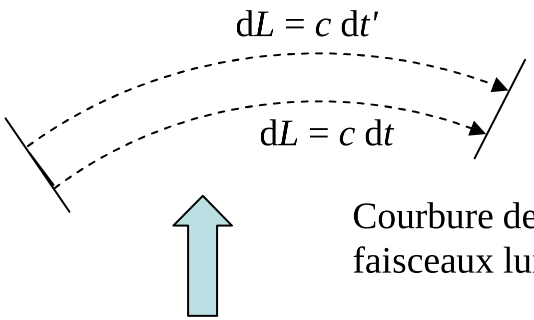
$$\mathrm{d}s^2 = g_{00}\,\mathrm{d}X^0\,\mathrm{d}X^0$$

$$s^2 = g_{ab}\,X^a\,X^b$$

$$s^2 = g^{ab}\,X_a\,X_b$$

Nous changeons de valeur selon le lieu et l'instant

Les illusions d'optique

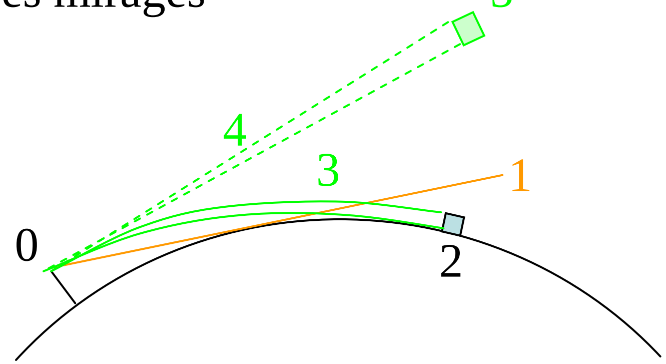


Courbure des faisceaux lumineux

$$\frac{\sqrt{g_{00}}}{\sqrt{g'_{00}}} = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}L'}$$

= rapport entre l'avancement de deux points d'un même front d'onde

Les mirages



0 = observateur

1 = ligne de visée de l'horizon

2 = Objet

3 = itinéraire du faisceau lumineux

4 = itinéraire perçu du faisceau lumineux

5 = image perçue

Les illusions d'optique

Arcs d'Einstein

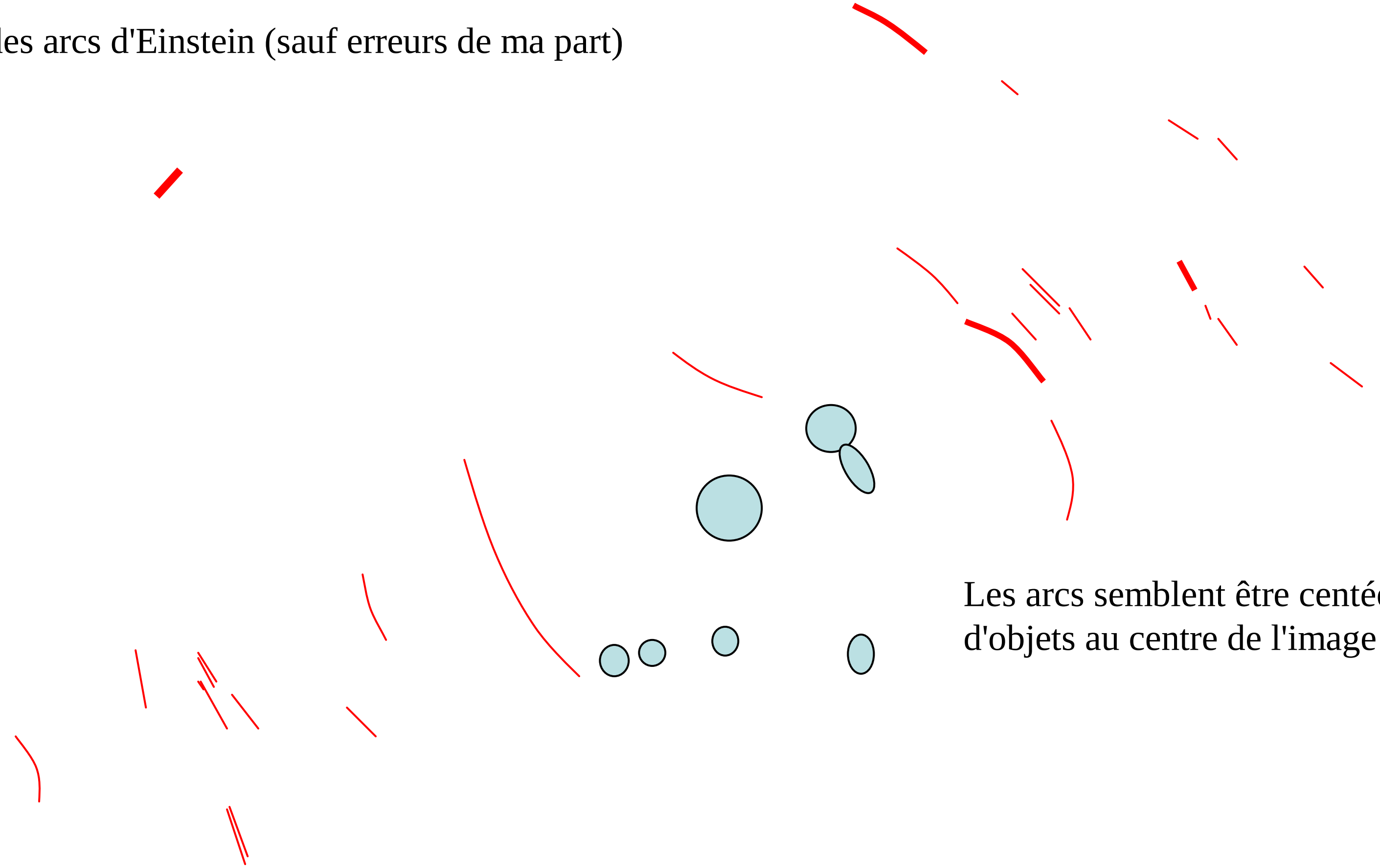
(Référence sur la Toile) image XXX

Résolution = 0,1 seconde d'arc   (un ballon de football éloigné de 550 km)
champ = 2,2 à 4,4 minutes d'arc

Les illusions d'optique

Arcs d'Einstein

Identification des arcs d'Einstein (sauf erreurs de ma part)



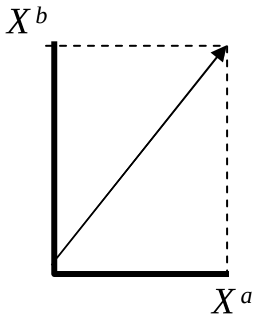
Les arcs semblent être centées sur l'amas d'objets au centre de l'image

(Référence sur la Toile) image XXX

Résolution = 0,1 seconde d'arc (un ballon de football éloigné de 550 km)
champ = 2,2 à 4,4 minutes d'arc

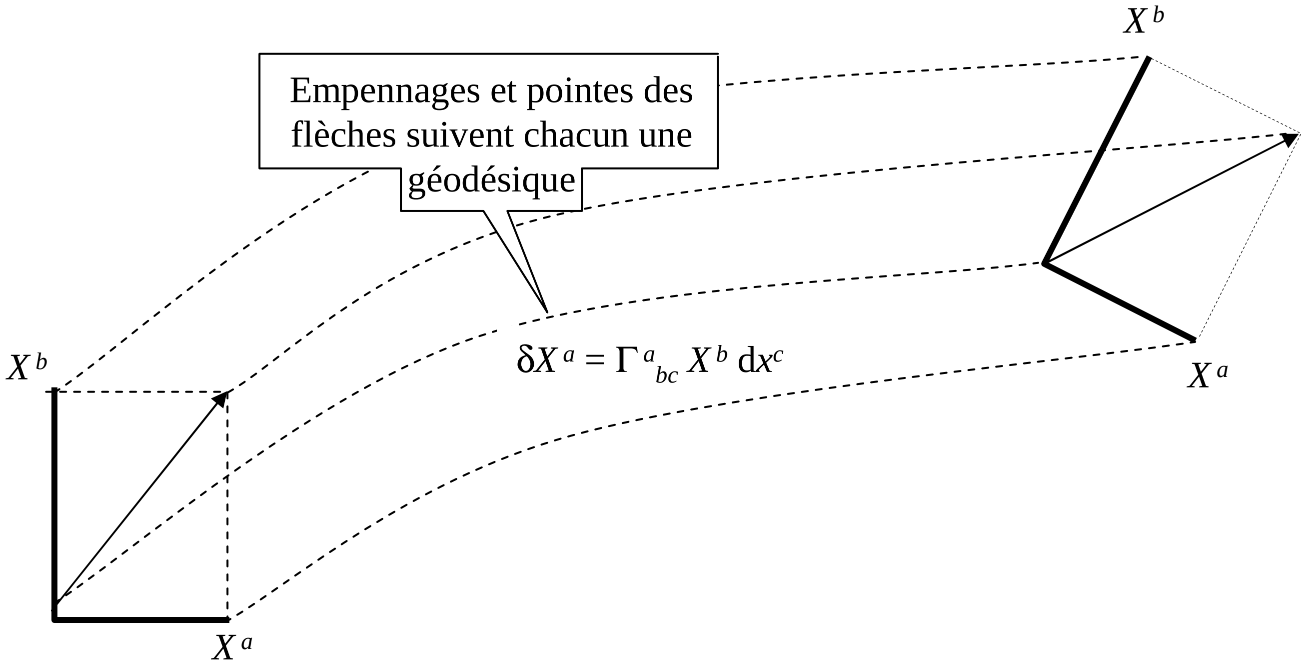
Le tenseur de courbure

Intéressons-nous à une paire de composantes extraite des quatre de l'espace temps, la *a* et la *b* …



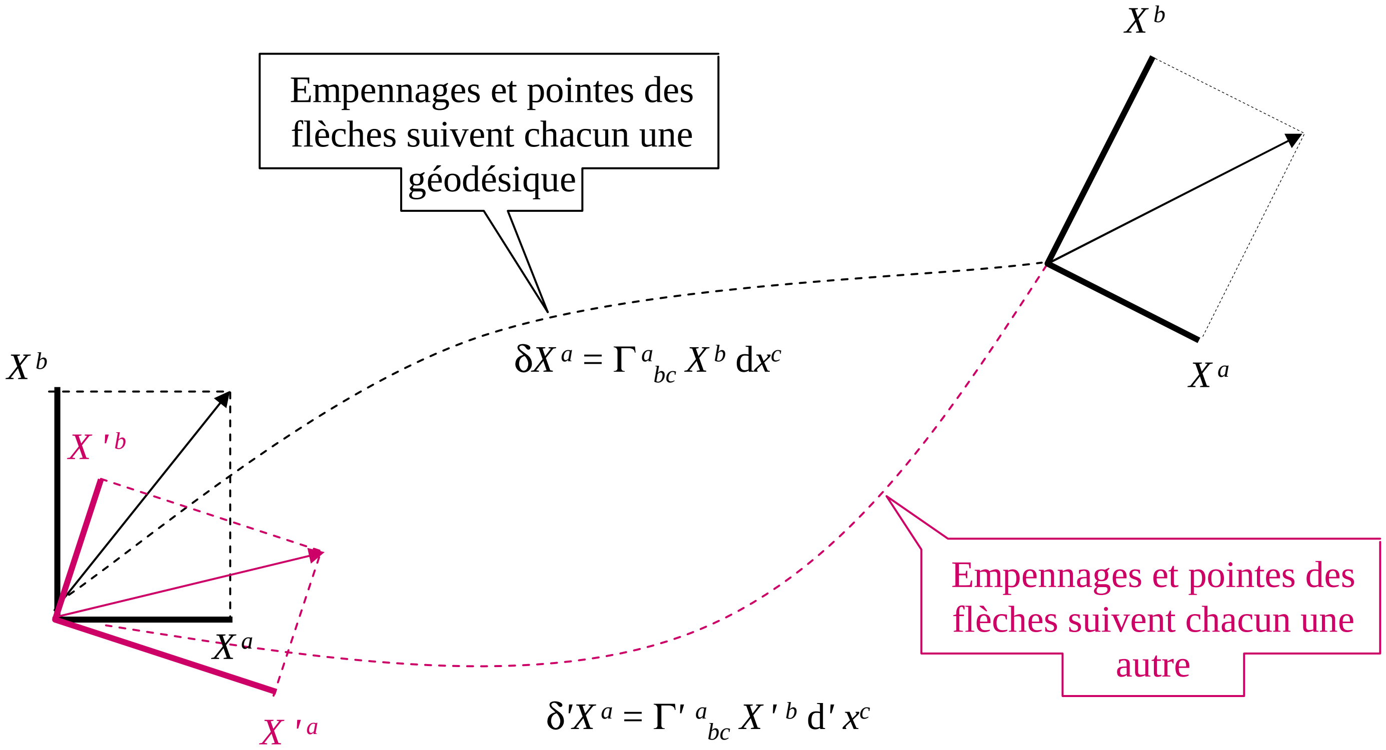
Soit une flèche dans son référentiel local initial …

Le tenseur de courbure



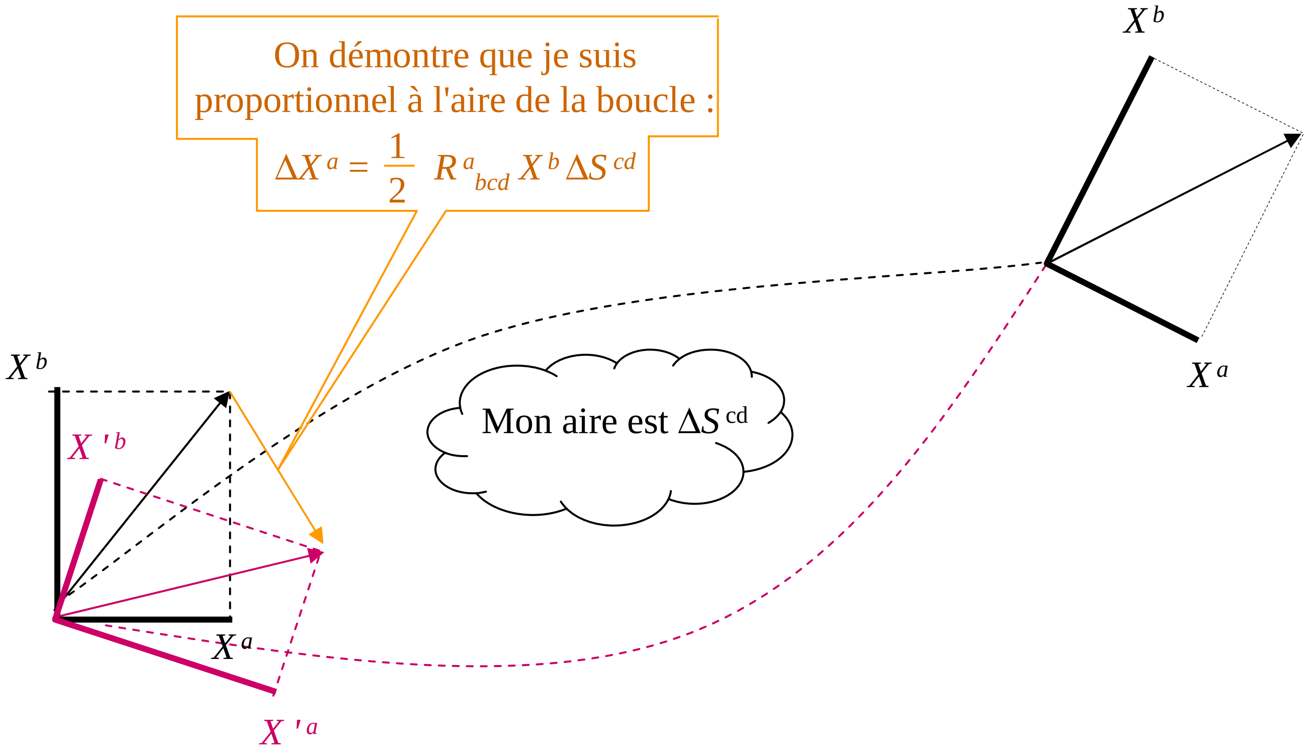
… puis son transport parallèle dans un nouveau référentiel local du même référentiel général …

Le tenseur de courbure



… et son retour au départ mais par un autre chemin.

Le tenseur de courbure



Le tenseur de courbure

Comme tous les "1/2" des formules de physique, mon unité est 1

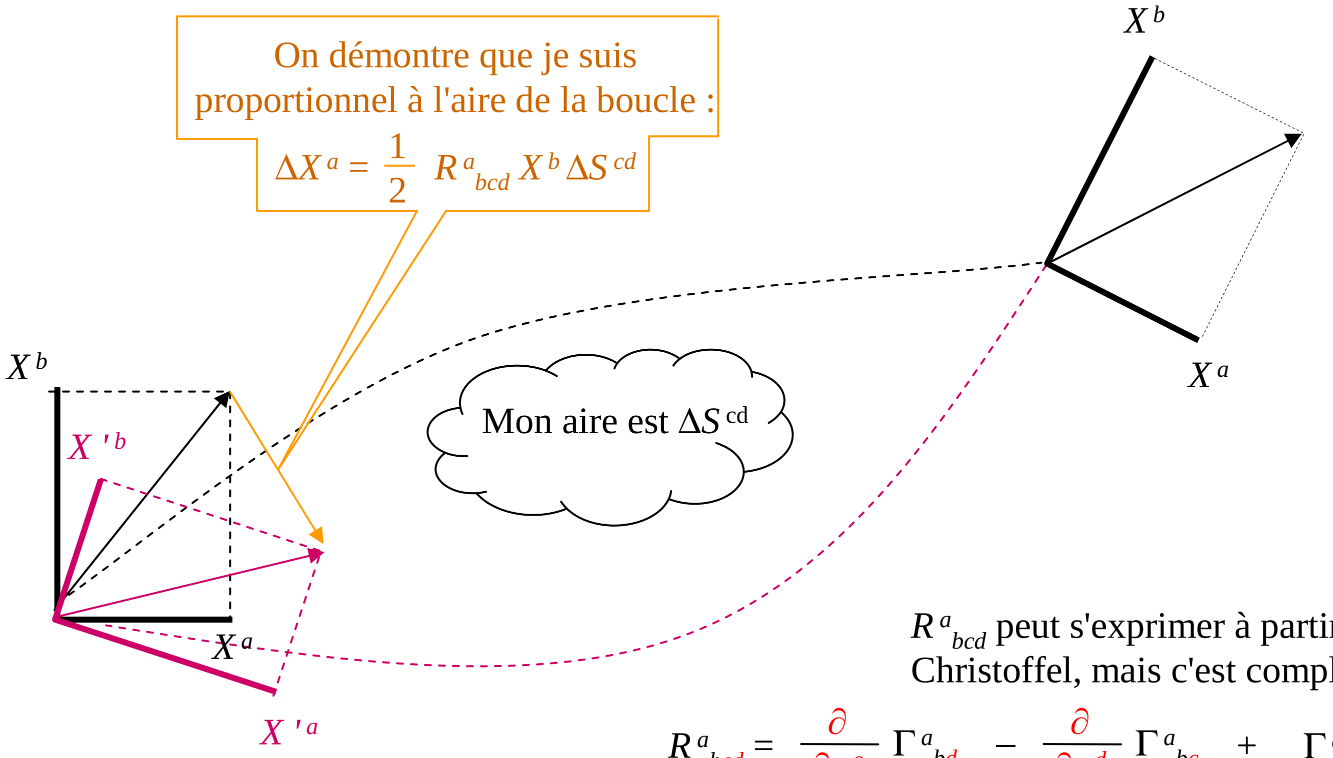
Mon unité est donc le $\mathbf{m}^{-2}$

$$\Delta X^{a} = \frac{1}{2} R^{a}{}_{bcd} X^{b} \Delta S^{cd}$$

Même unité

Unité d'aire, le $\mathbf{m}^{2}$

Le tenseur de courbure



$R^a{}_{bcd}$ peut s'exprimer à partir des coefficients de Christoffel, mais c'est compliqué !

$$R^a{}_{bcd} = \frac{\partial}{\partial x^c}\Gamma^a{}_{bd} - \frac{\partial}{\partial x^d}\Gamma^a{}_{bc} + \Gamma^a{}_{ck}\,\Gamma^k{}_{bd} - \Gamma^a{}_{dk}\,\Gamma^k{}_{bc}$$

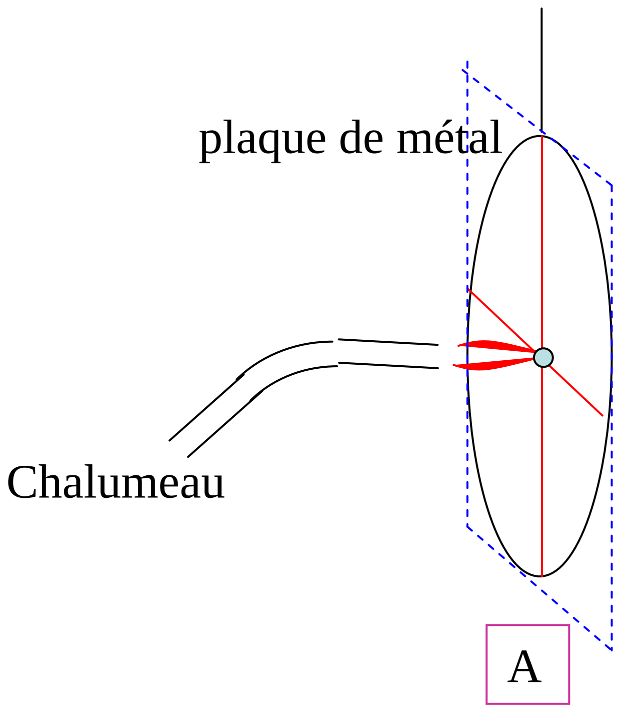
soit avec le code d'écriture des déterminants

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a\,d - b\,c \qquad R^a{}_{bcd} = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial}{\partial x^c} & \dfrac{\partial}{\partial x^d} \\ \Gamma^a_{bc} & \Gamma^a_{bd} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \Gamma^a_{ck} & \Gamma^a_{dk} \\ \Gamma^k_{bc} & \Gamma^k_{bd} \end{vmatrix}$$

Qu'est-ce qui courbe l'espace temps ?

Einstein pensait à la densité et les flux d'énergie !

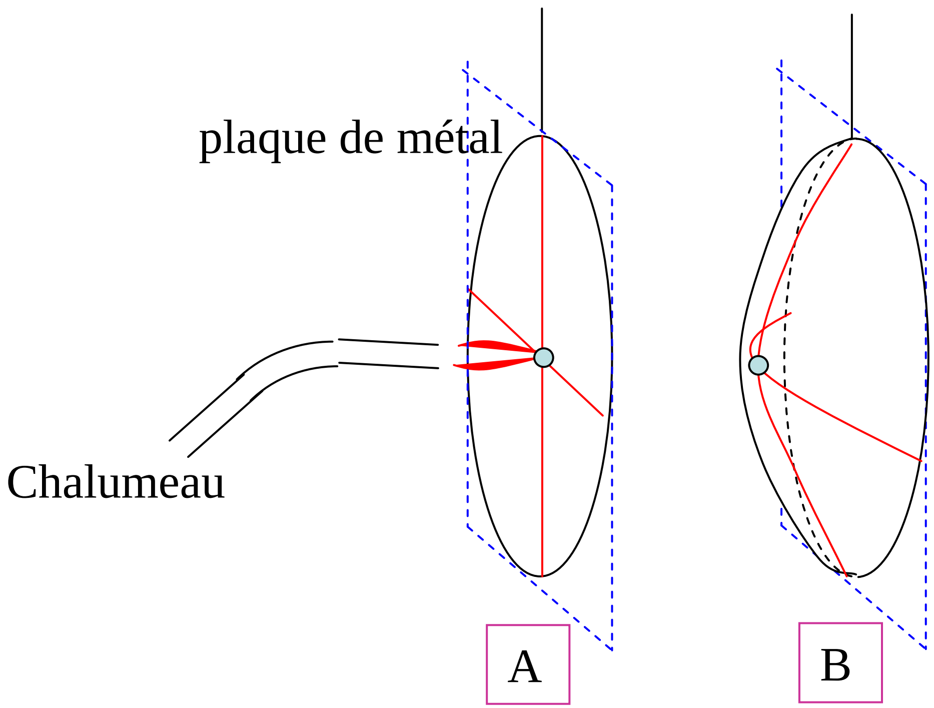
Voici une expérience analogique



A La densité d'énergie de la plaque est uniforme : La plaque est plane.

Qu'est-ce qui courbe l'espace temps ?

La densité et les
flux d'énergie !



Une expérience analogique

A La densité d'énergie de la plaque est uniforme : La plaque est plane.

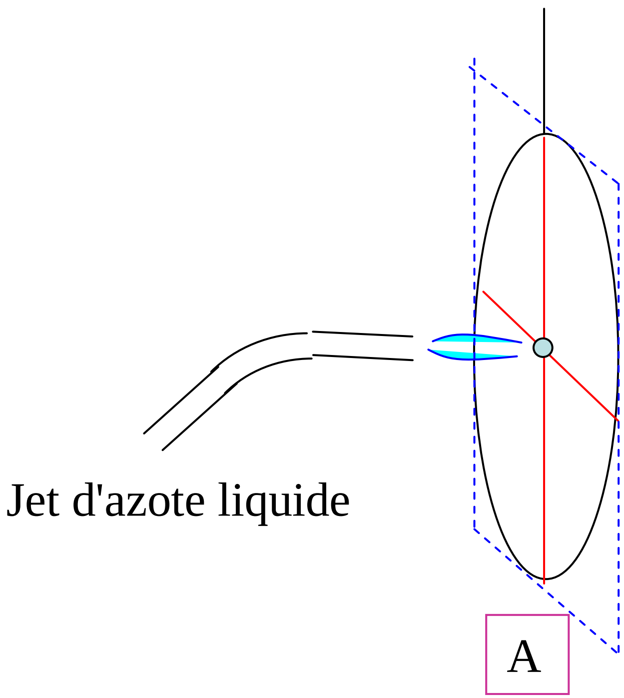
B La densité d'énergie au centre est plus élevée : le centre la plaque se dilate … mais pas les bords !

La plaque forme une bosse dont le sommet est au maximum de densité d'énergie. Elle est courbée.

Deux géodésiques tracées sur la plaque se croisant sur le point de densité maximale d'énergie (point bleu) ont l'ouverture orientée du même coté de la plaque. On dit que la courbure est positive.

Qu'est-ce qui courbe l'espace temps ?

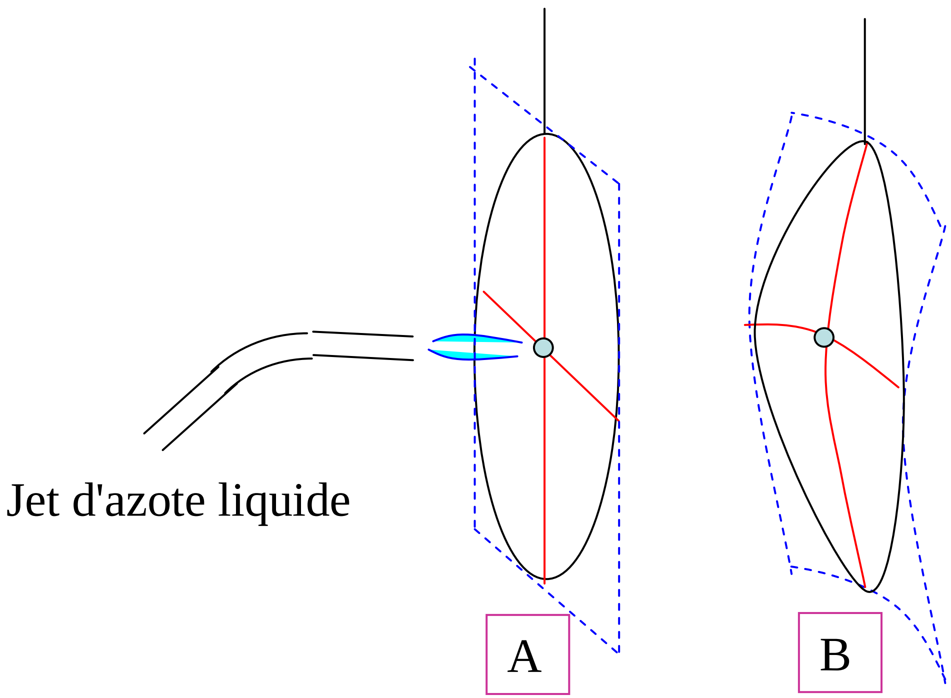
La densité et les
flux d'énergie !



A La densité d'énergie de la plaque est uniforme : La plaque est plane.

Qu'est-ce qui courbe l'espace temps ?

La densité et les flux d'énergie !



A La densité d'énergie de la plaque est uniforme : La plaque est plane.

B La densité d'énergie au centre est moins élevée : le centre la plaque se contracte … mais pas les bords !

La plaque se met en "selle de cheval" dont le point d'inflexion est au minimum de densité d'énergie. Elle est courbée.

Deux géodésiques tracées sur la plaque se croisant sur le point (en bleu) de densité minimale d'énergie peuvent avoir leur ouverture orientée de chaque coté de la plaque. On dit que la courbure est négative.

Les équations d'Einstein

L'idée originale est simple : **la courbure est proportionnelle à la densité d'énergie**. MAIS

$R^a{}_{bcd}$ dépend de quatre indices

ALORS QUE

la densité d'énergie
est un nombre
(sans numéro)

Je suis la
densité
d'énergie

Énergie	Volume
dE	dV
$\rho_{\text{énergie}}$	1
Proportion	

Les équations d'Einstein

L'idée originale est simple : la courbure est proportionnelle à la densité d'énergie. MAIS

$R^{a}{}_{bcd}$ dépend de quatre indices ALORS QUE la densité d'énergie est un nombre (sans numéro)

Je suis la densité d'énergie

Énergie	Volume
dE	dV
$\rho_{\text{énergie}}$	1
Proportion	

Ricci définit $R_{bd} = R^{a}{}_{bad}$ qui ne dépend que de deux indices (a est muet)

Les équations d'Einstein

L'idée originale est simple : la courbure est proportionnelle à la densité d'énergie. MAIS

$R^a{}_{bcd}$ dépend de quatre indices ALORS QUE la densité d'énergie est un nombre (sans numéro)

Je suis la densité d'énergie

Énergie	Volume
dE	dV
$\rho_{\text{énergie}}$	1
Proportion	

Ricci définit $R_{bd} = R^a{}_{bad}$ qui ne dépend que de deux indices (a est muet) et

le courbure scalaire $R = g^{bd} R^a{}_{bad}$ (tous les indices sont muets). Le projet de postulat fut donc R = constante x ρ.

Les équations d'Einstein

L'idée originale est simple : la courbure est proportionnelle à la densité d'énergie. MAIS

Énergie	Volume
dE	dV
$\rho_{\text{énergie}}$	1
Proportion	

$R^{a}{}_{bcd}$ dépend de quatre indices ALORS QUE la densité d'énergie est un nombre (sans numéro)

Je suis la densité d'énergie

Ricci définit $R_{bd} = R^{a}{}_{bad}$ qui ne dépend que de deux indices (a est muet) et le courbure scalaire $R = g^{bd} R^{a}{}_{bad}$ (tous les indices sont muets).

Le projet de postulat fut donc R = constante x ρ.

La simple densité d'énergie est devenue un tableau dit tenseur d'énergie et d'impulsion T_{bd}

Que suis-je ?

Les équations d'Einstein

L'idée originale est simple : la courbure est proportionnelle à la densité d'énergie. MAIS

$R^a{}_{bcd}$ dépend de quatre indices ALORS QUE la densité d'énergie est un nombre (sans numéro)

Je suis la densité d'énergie

Énergie	Volume
dE	dV
$\rho_{\text{énergie}}$	1
Proportion	

Ricci définit $R_{bd} = R^a{}_{bad}$ qui ne dépend que de deux indices (a est muet) et

le courbure scalaire $R = g^{bd} R^a{}_{bad}$ (tous les indices sont muets). Le projet de postulat fut donc R = constante x ρ.

La simple densité d'énergie est devenue un tableau dit tenseur d'énergie et d'impulsion T_{bd}

Que suis-je ?

Le tableau des $\rho\, u^b u^d$ qui correspond concrètement à

En noir : définit la densité d'énergie

En orange : définit les cisaillements

En bleu : définit les flux d'énergie ou de quantité de mouvement

En rouge : définit la pression (d'après la loi de Pascal, les trois composantes sont égales)

Je suis la densité de masse

$\rho\ \beta$

Je suis $\dfrac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$

$$\begin{pmatrix} c^2 & c\,V^x & c\,V^y & c\,V^z \\ c\,V^x & (V^x)^2 & V^x V^y & V^x V^z \\ c\,V^y & V^y V^x & (V^y)^2 & V^y V^z \\ c\,V^z & V^z V^x & V^z V^y & (V^z)^2 \end{pmatrix}$$

Les équations d'Einstein

L'idée originale est simple : la courbure est proportionnelle à la densité d'énergie. MAIS

$R^{a}{}_{bcd}$ dépend de quatre indices ALORS QUE la densité d'énergie est un nombre (sans numéro)

Je suis la densité d'énergie

Énergie	Volume
dE	dV
$\rho_{\text{énergie}}$	1
Proportion	

Ricci définit $R_{bd} = R^{a}{}_{bad}$ qui ne dépend que de deux indices (a est muet) et

le courbure scalaire $R = g^{bd} R^{a}{}_{bad}$ (tous les indices sont muets). Le projet de postulat fut donc R = constante x ρ.

La simple densité d'énergie est devenue un tableau dit tenseur d'énergie et d'impulsion T_{bd}

Que suis-je ?

Le tableau des $\rho\, u^{b} u^{d}$ qui correspond concrètement à

En noir : définit la densité d'énergie

En orange : définit les cisaillements

En bleu : définit les flux d'énergie ou de quantité de mouvement

En rouge : définit la pression (d'après la loi de Pascal, les trois composantes sont égales)

En **kg**

Unité = **1**

$$\rho\,\beta \begin{pmatrix} c^2 & c\,V^x & c\,V^y & c\,V^z \\ c\,V^x & (V^x)^2 & V^x V^y & V^x V^z \\ c\,V^y & V^y V^x & (V^y)^2 & V^y V^z \\ c\,V^z & V^z V^x & V^z V^y & (V^z)^2 \end{pmatrix}$$

Nous sommes des carrés de vitesse en **m² s⁻²**

Les équations d'Einstein

L'idée originale est simple : la courbure est proportionnelle à la densité d'énergie. MAIS

$R^{a}{}_{bcd}$ dépend de quatre indices ALORS QUE la densité d'énergie est un nombre (sans numéro)

Je suis la densité d'énergie

Énergie	Volume
dE	dV
ρ	1
Proportion	

Ricci définit $R_{bd} = R^{a}{}_{bad}$ qui ne dépend que de deux indices (a est muet) et

le courbure scalaire $R = g^{bd} R^{a}{}_{bad}$ (tous les indices sont muets). Le projet de postulat fut donc $R = \text{constante} \times \rho$.

La simple densité d'énergie est devenue un tableau dit tenseur d'énergie et d'impulsion T_{bd}

R est devenu une combinaison $R_{bd} - \frac{1}{2} g_{bd} R$

Cela donna $R_{bd} - \frac{1}{2} g_{bd} R = \text{constante} \times T_{bd}$

Les équations d'Einstein

L'idée originale est simple : la courbure est proportionnelle à la densité d'énergie. MAIS

Énergie	Volume
dE	dV
ρ	1
Proportion	

$R^{a}{}_{bcd}$ dépend de quatre indices ALORS QUE la densité d'énergie est un nombre (sans numéro)

Je suis la densité d'énergie

Ricci définit $R_{bd} = R^{a}{}_{bad}$ qui ne dépend que de deux indices (a est muet) et

le courbure scalaire $R = g^{bd} R^{a}{}_{bad}$ (tous les indices sont muets).

Le projet de postulat fut donc R = constante x ρ.

La simple densité d'énergie est devenue un tableau dit tenseur d'énergie et d'impulsion T_{bd}

R est devenu une combinaison $R_{bd} - \frac{1}{2} g_{bd} R$

Cela donna $R_{bd} - \frac{1}{2} g_{bd} R = \text{constante} \times T_{bd}$

en **m**$^{-2}$

En **kg m**^{2} **s**$^{-2}$

Il manque des **kg**$^{-1}$ **m**$^{-4}$ **s**^{2}
et en plus, on utilise la constante G
de newton = 6,6742 x 10^{-11}
kg^{-1} **m**^{3} **s**$^{-2}$

Mis là pour retrouver la loi de Newton

Solution : constante = $\dfrac{8 \pi G}{c^4}$

LES TRIPLETTES DE BELLEVILLE

Interféromètre de Michelson et Morley

https://www.google.fr/search?sxsrf=ALiCzsbAZHkQjJlZc4aFqL_yQH25vN-A4A:1659087919100&source=univ&tbm=isch&q=interf%C3%A9rom%C3%A8tre+de+michelson&fir=Cpykex0VBe-3HM%252CT-tXRn1ZAOtkHM%252C_%253BZfKVCkhjX7DmKM%252CUgUI5jOfxp-u4M%252C_%253BRjbVHRE7t-w0_M%252C9GawGTYclJfn9M%252C_%253Bouw8hsjXAlxV4M%252CEYDXH-88Xg92rM%252C_%253B2jS_T4rftoNYJM%252CNGOll99kWeYWdM%252C_&usg=AI4_-kSYLrAVavgKoRmXYm0lK86ZCFqWlg&sa=X&ved=2ahUKEwjupsaQ6J35AhVS44UKHdsJBtQQiR56BAhcEAI&biw=1366&bih=596&dpr=1#imgrc=WlhzRLvMfDrv6M

%C3%A9 = é

%C3%A8 = è

%27 = apostrophe

Les arcs d'Enstein

https://www.google.fr/search?sxsrf=ALiCzsaNhY_rcC4AOf6p7tmZ4KrTVEBRcg:1659274698975&source=univ&tbm=isch&q=arcs+d%27Einstein+par+James+Webb&fir=X3y7DK0ohdXNjM%252Ca8UXUDOH4EeuVM%252C_%253BPPNHdzyNadEv2M%252CxIEKflkpBauTfM%252C_%253BSBo34ZHY-r4VnM%252CxIEKflkpBauTfM%252C_%253BFUy2Lu4v4Q2tQM%252CKCppAWQcSJ1sqM%252C_%253BzJ2H5fF_Bci-zM%252CGsjSkYf95nyo2M%252C_%253By3e8-NUd6-xIfM%252C4tN0BMV9g3fR3M%252C_%253BQ4-r94QDbL4BxM%252C4tN0BMV9g3fR3M%252C_%253BOX56He0ySObntM%252CoHjhgRSv6uW-sM%252C_%253Bgu8rFFw0Gizu4M%252CREuTSnSvyKFqDM%252C_%253B_9UvXRWGS4WPiM%252CGsjSkYf95nyo2M%252C_&usg=AI4_-kTRYqjGhmeeWONiyM_CxVtD8ZXQVA&sa=X&ved=2ahUKEwitpJH4n6P5AhUI3hoKHYV_DDwQjJkEegQILBAC&biw=1366&bih=596&dpr=1#imgrc=SBo34ZHY-r4VnM